

## Finance, Markets and Valuation

### Caso de estudio: modelización de la vida útil de maquinaria destinada a proyectos de obra pública a través de la aplicación de regresiones mínimo cuadráticas y validación cruzada

Case study: model for economic lifetime of public construction machinery with ordinary least squares regression and cross validation techniques

David Postiguillo<sup>1</sup>, Javier Ribal <sup>2</sup>, Ana Blasco <sup>3</sup>

<sup>1</sup>Departamento Economía y Ciencias Sociales. Universitat Politècnica de València. Valencia, España. Email: daposgar@upvnet.upv.es

<sup>2</sup>Departamento Economía y Ciencias Sociales. Universitat Politècnica de València. Valencia, España. Email: frarisan@esp.upv.es

<sup>3</sup>Departamento Economía y Ciencias Sociales. Universitat Politècnica de València. Valencia, España. Email: ablascor@upvnet.upv.es

JEL: C51; C52; M41

---

#### Resumen

El comportamiento del valor de los activos productivos se puede analizar desde diferentes perspectivas. En la actualidad se plantea un análisis de la influencia que presenta la antigüedad de un activo respecto a su precio de venta a través del acceso a un volumen de información masivo, así como la aparición de nuevas tecnologías que permiten llevar a cabo cálculos computacionales complejos. El núcleo de este trabajo se centra en el análisis del valor de la maquinaria de obra pública y construcción por pertenecer este grupo de activos a empresas de un sector que registró un descenso muy negativo en la evolución de sus rendimientos (a causa de la crisis económica iniciada en el año 2007). Mediante modelos de regresión lineal, exponencial y potencial, se analiza el comportamiento del precio de venta de los activos en función de su antigüedad. Previamente se procesa la base de datos con el objetivo de eliminar los datos anómalos mediante la técnica de la Desviación Absoluta sobre la Mediana. Se presenta por lo tanto un coeficiente de depreciación básico (basado únicamente en el paso del tiempo), el cual se contrasta mediante la aplicación de técnicas de validación cruzada.

**Keywords:** Amortización; Maquinaria; Regresión; validación cruzada.

---

#### Abstract

The behavior of the value of productive assets can be analyzed from different perspectives. Currently, an analysis of the influence of the age of an asset on its asking price through access to a mass information volume, as well as the emergence of new technologies that allow complex computations to be carried out.

DOI:  
10.46503/PGSK3415

Corresponding author  
Javier Ribal

Recibido: 16 Mar 2018  
Revisado: 25 Abr 2018  
Aceptado: 16 May 2018

Finance, Markets and  
Valuation  
ISSN 2530-3163.

The core of this work focuses on the analysis of the value of public works machinery and construction because this group of assets belong to companies in a sector that suffered a very negative decline in the evolution of their profits (because of the economic crisis started in 2007). Applying linear, exponential and potential regression models, the behavior of the asking price of assets based on their age is analyzed. Previously the database is processed in order to eliminate the outlier data using the technique of Median Absolute Deviation. Therefore, a basic depreciation rate (based solely on the passage of time) is presented, which is contrasted by the application of cross-validation techniques.

*Keywords:* Depreciation; Machinery; Regression; Cross validation.

## 1 Introducción

Uno de los principales aspectos que dificultan la gestión operativa de las pequeñas y medianas empresas, consiste en conocer y determinar la depreciación que sufren sus activos productivos. En este sentido, los métodos de amortización fiscal y contablemente aceptados, se basan en unos coeficientes teóricos que en ocasiones se alejan de la verdadera depreciación sufrida por estos activos.

A través de dichos coeficientes, el valor contable de los activos alcanza un valor cero o un valor residual, inicialmente convenido al finalizar la vida útil teórica.

Sin embargo, si se cambia la perspectiva, se puede hallar un modelo de amortización más apropiado conociendo la evolución del valor de mercado de los activos en su vida útil y a partir de dicho valor, su depreciación ([Guadalajara-Olmeda y Fenollosa-Ribera, 2010](#)). El acceso a información masiva permite trabajar con técnicas de regresión, con el objeto de obtener una valoración más precisa y real de los activos a lo largo de su vida útil.

La generación de estos modelos puede resultar ampliamente compleja, puesto que existen multitud de variables a través de las cuales se puede analizar la evolución del valor de los activos, a través de su antigüedad, marca, modelo, color, motor, etc.

En concreto, en el presente estudio se plantea el análisis de la depreciación de la maquinaria destinada al sector de la obra pública, perteneciente al mercado de segunda mano, también conocido como mercado de ocasión, únicamente desde la perspectiva del paso del tiempo. La importancia de conocer el valor de estos activos es diversa:

- Permite determinar la dimensión de la maquinaria dentro de la industria de la construcción. Una elevada intensidad en este tipo de inmovilizado supondría una mayor repercusión de los gastos de mecanización sobre el proceso productivo.
- Determinar la depreciación es uno de los aspectos más controvertidos para los empresarios.
- Determinar la vida útil real de la maquinaria es óptimo para establecer los periodos de renovación oportunos.

Con esta maquinaria usada es posible determinar un modelo predictivo, por una parte, se dispone de información suministrada por aquellas empresas que deseen vender sus activos (presentan unos precios de venta) y, por otra parte, hay compradores que deciden adquirirlas en subastas especializadas, es decir, se conoce el valor de mercado ([Silva Palavecinos, 2011](#)).

En concreto, la crisis económica en España repercutió en un periodo de destrucción empresarial y de decrecimiento, siendo uno de los sectores más afectados el de la construcción. Esta circunstancia provocó que muchas empresas procedieran con la venta de sus activos, a través de procesos concursales o subastas. La infrautilización de estos recursos productivos afectó a su valor. En el periodo 2008-2017, según consta en el Directorio Central de Empresas de España (DIRCE), hubo un descenso del 35,23 % en el número de empresas especializadas en la construcción.

Debido a ello existe una gran cantidad de maquinaria de obra pública en venta. Esta situación unida a los avances tecnológicos, que permiten analizar grandes cantidades de información como nunca antes había sido posible, facilitan la construcción de modelos que sirven para determinar el comportamiento de la depreciación de estos activos en función de diversas variables. Habitualmente el coste de reposición neto o valor depreciado se asume mediante modelos de depreciación constante o lineal, o mediante la técnica de los números dígitos (crecientes o decrecientes). Todos estos modelos son un instrumento materializado a través del Plan General Contable (PGC, 2007). De modo que la amortización legal de un activo, no refleja el verdadero desgaste que el mismo ha sufrido.

Existe amplia bibliografía que analiza el comportamiento del valor de determinados activos según diferentes variables explicativas, tal y como se refleja en el estudio de Peacock y Brake (1970), McNeill (1979), Leatham y Baker (1981), Hansen y Lee (1991) o Cross y Perry (1995). En España también hay algunos estudios que tratan este tema, como en Fenollosa y Guadalajara Olmeda (2007), donde se analiza la depreciación de maquinaria agrícola.

El principal objetivo de este estudio consiste en determinar la validez del coeficiente de depreciación obtenido mediante el uso de técnicas de validación cruzada.

## 2 Metodología

### 2.1 Datos utilizados

La base de datos generada para obtener el valor de mercado de maquinaria de obra pública ha sido obtenida mediante el empleo de técnicas de web scraping. Específicamente se ha consultado páginas web donde se publican precios de mercado de este tipo de activos. El estudio se ha realizado a través de consultas a [www.europa-mop.com](http://www.europa-mop.com). Esta web está especializada en la compraventa de maquinaria de construcción y obras públicas.

La información suministrada en dicha página web permite obtener de manera categorizada los datos procedentes de los anuncios publicados para cada tipo de activo. Más específicamente, se dispone del registro de la marca, modelo, precio de venta, fecha de antigüedad, ubicación (provincia) donde se encuentra el activo, así como la fecha en la que ha sido publicado el anuncio.

No obstante, esta investigación se centra únicamente en analizar el precio de venta y la antigüedad del activo.

La investigación se ha centrado, por lo tanto, en el siguiente grupo de activos:

1. Bulldozers.
2. Compactadores.
3. Excavadoras de cadenas.
4. Excavadoras de ruedas.
5. Mini excavadoras.
6. Niveladoras.

La obtención de los datos se corresponde a la fecha de agosto de 2015.

### 2.2 Breve referencia a los métodos de amortización contablemente aceptados

La amortización contable del inmovilizado consiste en cuantificar el coste económico que tiene para la empresa la depreciación del inmovilizado que conforma su patrimonio. Así la dotación a la amortización del inmovilizado se transforma en un gasto contable que aminora el resultado de la empresa.

Cualquier activo fijo, que pasa a formar parte de la estructura de la actividad de una sociedad

sufre como consecuencia del paso del tiempo una depreciación o pérdida de valor. Esta pérdida puede producirse por dos motivos:

- El bien se deteriora como consecuencia de su uso.
- El bien sufre una obsolescencia tecnológica como consecuencia de la aparición de nuevos equipos o procedimientos que dejan obsoleto el activo que se posee.

Según la legislación española, existen unos requisitos adicionales que se deben tener en cuenta para que la amortización contable sea considerada como un gasto fiscalmente deducible:

1. Que la dotación a la amortización esté contabilizada.
2. Que la anterior dotación se haya calculado a través de los siguientes métodos:
  - Dotación lineal o de cuotas fijas.
  - Porcentaje constante sobre la base de amortización decreciente.
  - Método de números dígitos (crecientes o decrecientes).
  - Plan especial de amortización aprobado por la Administración Tributaria.
  - Justificación de su importe ante la Administración Tributaria ejercicio a ejercicio.

Se fundamenta en la aplicación de los coeficientes de amortización fijados en la tabla oficialmente aprobada por la Ley 27/2014, de 27 de noviembre, del Impuesto sobre Sociedades, que los porcentajes aplicables a los activos fijos (maquinaria) son: coeficiente máximo de amortización lineal (12 %), periodo máximo de años en los que se puede amortizar (18 años).

### 2.3 Tratamiento de los datos anómalos (“outliers”)

Los datos anómalos consisten en observaciones de la población que son sospechosas, en tanto que representan registros mucho menores o mucho mayores respecto al resto de las observaciones, [Cousineau y Chartier \(2010\)](#). Estos datos son peligrosos puesto que pueden distorsionar los resultados de los estudios que se están llevando a cabo, ya que puede que alteren las relaciones entre el precio de venta y la antigüedad de los activos.

Generalmente se trabaja con la media y la desviación típica. No obstante, los investigadores se encuentran con la problemática de localizar e identificar los puntos anómalos, que de un modo cuantitativo están alterando el resultado de los estadísticos que emplean para obtener conclusiones que posteriormente se inferirán al resto de la población.

Una buena práctica consiste en generar un intervalo a través del dato medio de la muestra más/menos dos veces la desviación estándar.

Sin embargo, desde que se ha demostrado que tanto el dato de la media como el de la desviación típica son sensibles a los puntos anómalos, este método presenta problemáticas.

Como respuesta a esta situación se presenta el método de la desviación absoluta de la mediana estandarizada, una medida alternativa más robusta de la dispersión, [Leys, Ley, Klein, Bernard, y Licata \(2013\)](#).

El MAD quedaría definido como:

$$MAD = bM_i (|x_i - M_j(x_j)|) \quad (1)$$

Donde la  $x_j$  es el número original de observaciones y  $M_i$  es la mediana de la serie. Normalmente, el parámetro de la  $b = 1,4826$ , es una constante, asumida de la normalidad de los datos, en contra de la anormalidad inducida por los datos anómalos ([Rousseeuw y Croux, 1993](#)).

## 2.4 Modelos de regresión

Se trabaja con modelos de regresión mínimo cuadráticos a través de los cuales se plantea el coeficiente de depreciación de la maquinaria.

Con la finalidad de poder analizar los distintos modelos de valoración, se realiza una posterior validación de los mismos, [Guerschman y cols. \(2015\)](#). Existen diversas técnicas para validar los métodos de regresión, como son la comparación de los parámetros obtenidos con los obtenidos a través de modelos físico-teóricos, utilizar nuevos conjuntos de datos conocidos para comparar con los obtenidos o el uso de técnicas de validación cruzada, [Kozak y Kozak \(2003\)](#). Los modelos de regresión por mínimos cuadrados son generalmente usados para analizar la relación existente entre dos o más variables.

Más específicamente, en el ámbito de la economía, estos modelos son aplicados con el objetivo de estudiar el comportamiento de una variable (variable dependiente o explicada) en función del valor de las variables independientes o explicativas. Esto se realiza con el propósito de establecer predicciones y estimaciones.

En este artículo, la variable explicada corresponde al precio de los activos productivos (máquinas de obra pública de segunda mano), y la variable explicativa a emplear corresponde al factor temporal (antigüedad).

La ecuación 2 muestra la representación de un modelo de regresión lineal simple, donde  $Y$  es la variable dependiente (precio de venta “V”),  $X$  es la variable independiente (antigüedad “t”),  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$  son los parámetros del modelo o coeficientes de regresión, y  $\epsilon$  es el error del modelo.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots \beta_n X_n + \epsilon \quad (2)$$

Esta ecuación se transforma en un modelo ajustado de regresión lineal simple, donde  $\hat{Y}$  es el valor estimado dada la variable independiente  $X$ . Los estimadores de los parámetros del modelo son calculados por el método de los mínimos cuadrados ordinarios.

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 X_2 + \dots \hat{\beta}_n X_n \quad (3)$$

El modelo establece como variable dependiente el precio de venta de los activos (V) y como variable explicativa o independiente el paso temporal, la antigüedad (t). Sin embargo, el objetivo del estudio consiste en obtener un modelo de depreciación el cual debería ofrecer el valor de mercado de estos activos una vez conocida su antigüedad. De este modo el precio de venta es la mejor aproximación que se dispone como valor de mercado, aunque sobre dicho precio de venta pudieran realizarse algunos ajustes por negociación, [Peña \(2000\)](#).

Partiendo de esta base, surgen algunas variaciones y se obtienen modelos de regresión exponencial o semi-logarítmicos, y modelos de regresión potencial.

El modelo de regresión exponencial viene dado por la siguiente ecuación predictora:

$$V = a \times e^{\beta t} \quad (4)$$

Si se toman logaritmos para ambos términos de la ecuación:

$$\ln(V) = \beta t + \ln(a) \quad (5)$$

Y se puede estimar  $\ln(V)$  y de ahí obtener  $a$  y  $\beta$ , aplicando los métodos de los mínimos cuadrados.

Por otra parte, la regresión potencial tiene por ecuación predictora:

$$V = a \times t^{\beta} \quad (6)$$

Tomando logaritmos en ambos miembros queda:

$$\log(V) = \log(a) + \beta \log(t) \quad (7)$$

En este tipo de regresiones,  $\beta$  tiene la interpretación de la elasticidad, ya que un cambio del 1 % en “t” se asocia con un cambio de  $\beta$  % en  $V$ .

### **Coefficiente de determinación $R^2$**

El coeficiente de determinación  $R^2$  mide la proporción de la variación de la respuesta  $V$  que es explicada por el modelo. El coeficiente  $R^2$  se calcula usando la ecuación 8, donde  $SS_R$  es la medida de la variabilidad del modelo de regresión y  $SS_T$  corresponde a la medida de variabilidad de  $V$  sin considerar el efecto de la variable explicativa  $t$ .

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{V}_i - \bar{V})^2}{\sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2}, \quad 0 \leq R^2 \leq 1 \quad (8)$$

Si el valor de  $R^2$  se aproxima a la unidad, entonces se está ante un modelo que presenta un buen ajuste, y la regresión es capaz de explicar adecuadamente la relación y variación de la variable dependiente  $V$ , [Astorga Gómez \(2014\)](#).

## **2.5 Validación cruzada**

Existen diversas técnicas para validar los métodos de regresión, como son la comparación de los parámetros obtenidos con los hallados a través de modelos físico-teóricos o con simulaciones, utilizar nuevos conjuntos de datos conocidos para comparar con los resultados o el uso de técnicas de validación cruzada. Las técnicas que se emplean en este estudio se basan en este último grupo. Concretamente en el método hold-out con  $n$  repeticiones.

El método hold-out es uno de los métodos básicos de entre los distintos existentes para aplicar la validación cruzada. Este separa el conjunto de datos disponibles en dos subconjuntos, uno utilizado para entrenar el modelo (training set) y el otro para realizar el test de validación (testing set), [Arlot y Celisse \(2010\)](#). De esta manera, se crea un modelo únicamente con los datos de entrenamiento. Con el modelo creado se obtienen los resultados que se comparan con el conjunto de datos reservados para realizar la comprobación (los cuales no han sido utilizados en el entrenamiento, por lo tanto, no han contribuido a la obtención del mismo, [Hawkins, Basak, y Mills \(2003\)](#)). Sin embargo, este tipo de análisis depende en gran medida sobre qué datos entran a formar parte del subconjunto de entrenamiento y cuáles van a ser del subconjunto de validación. Los resultados de este análisis pueden ser significativamente distintos en función de cómo se realiza la partición.

Los estadísticos obtenidos con los datos del subconjunto de validación son los que dan la validez del método empleado, en términos de error.

Una aplicación alternativa de este método consiste en repetir el proceso hold-out, tomando distintos conjuntos de datos de entrenamiento (aleatorios) un determinado número de veces, de manera que se calculan los estadísticos de la regresión a partir de la media de los valores en cada una de las repeticiones.

	Grupo de máquina	Bulldoz	Compact	Excav. cadenas	Nivelad.	Mini excavad.	Excav. ruedas
	Datos brutos	1.010	678	1.859	332	885	451
	Datos depurados	727	523	1.681	209	795	407
	% Eliminación	28,02 %	22,86 %	9,58 %	37,05 %	10,17 %	9,76 %
Lin	<i>a</i>	54.978,10	15.693,39	64.428,40	68.367,34	24.065,64	52.413,43
	<i>b</i>	-1.130,02	-107,95	-2.210,86	-1.110,17	-919,94	-1.841,72
	<i>R</i> <sup>2</sup>	0,21	0,01	0,30	0,21	0,20	0,52
Exp	<i>a</i>	10,93	9,50	11,11	11,12	10,08	11,10
	<i>b</i>	-0,03	-0,01	-0,06	-0,03	-0,06	-0,08
	<i>R</i> <sup>2</sup>	0,21	0,01	0,30	0,21	0,20	0,52
Pot	<i>a</i>	11,30	9,82	11,64	11,30	10,29	12,35
	<i>b</i>	-0,33	-0,19	-0,51	-0,25	-0,33	-0,90
	<i>R</i> <sup>2</sup>	0,21	0,01	0,30	0,21	0,20	0,52

**Tabla 1.** Coeficientes regresiones por mínimos cuadrados

Grupo de máquina	Coeficientes depreciación		
	Modelo lineal	Modelo Exponencial	Modelo potencial
Bulldozers	-0,0206	0,9677	-0,3338
Compactadoras	-0,0069	0,9903	-0,1876
Excavadoras de cadenas	-0,0343	0,9442	-0,5078
Niveladoras	-0,0162	0,9723	-0,2525
Mini excavadoras	-0,0382	0,9463	-0,3299
Excavadoras de ruedas	-0,0351	0,9275	-0,9044

**Tabla 2.** Coeficientes regresiones por mínimos cuadrados

### 3 Resultados

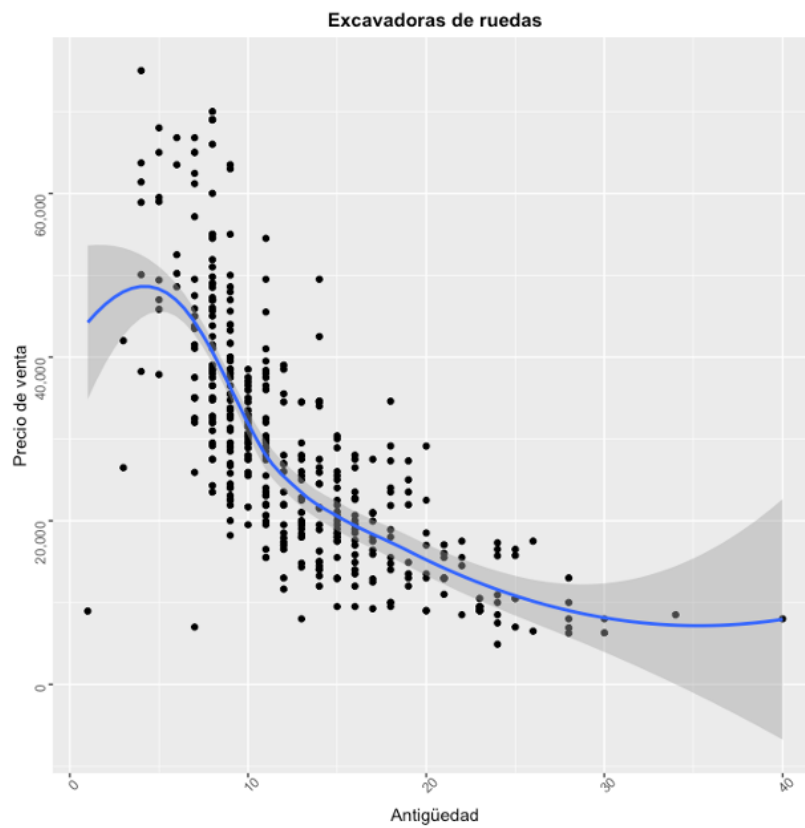
Tras analizar la base de datos completa (todos los grupos de maquinaria estudiados), los modelos de regresión planteados ofrecen los resultados que se presentan en la Tabla 1.

A través de estos parámetros se procede con el cálculo del coeficiente de depreciación por grupo de activo y considerando la perspectiva de la regresión empleada (lineal, exponencial o potencial).

De modo que para obtener los coeficientes de depreciación se despeja:

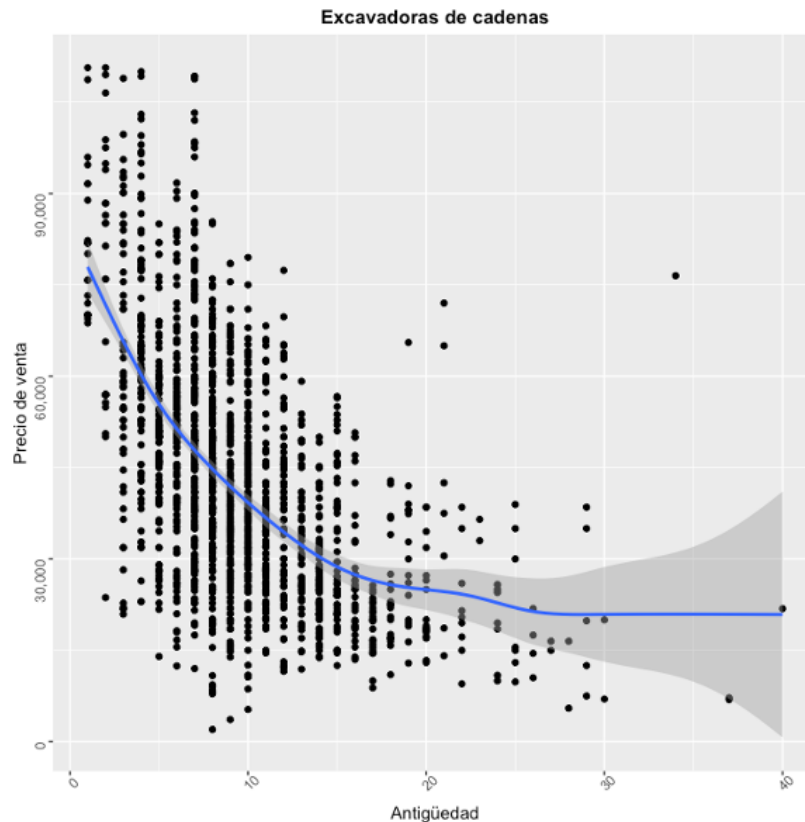
$$\text{Modelo lineal : } \frac{b}{a}; \quad \text{Modelo exponencial : } eb; \quad \text{Modelo potencial : } b \quad (9)$$

Si se analiza con detalle el coeficiente de determinación de cada uno de los modelos planteados, se observa como el tipo de maquinaria que presenta un mejor ajuste es el correspondiente a “excavadoras de ruedas”, y en concreto a través de una regresión semi-logarítmica (también conocida como exponencial). Las “excavadoras de cadenas” analizadas a través de una regresión potencial presentan el segundo mejor ajuste.



**Figura 1.** Distribución de las observaciones correspondientes a la maquinaria clasificada como “excavadora de ruedas”





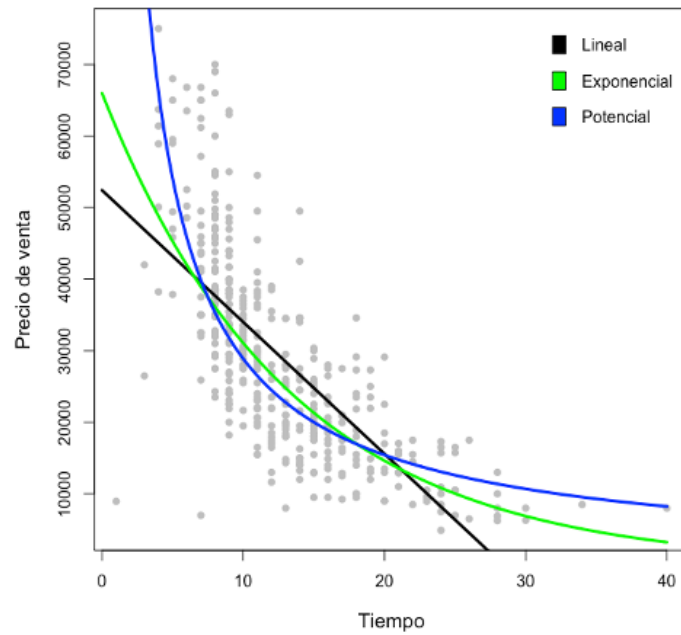
**Figura 2.** Distribución de las observaciones correspondientes a la maquinaria clasificada como “excavadora de cadenas”

Tanto la Figura 1 como la Figura 2 muestran la dispersión de las observaciones correspondientes a cada grupo de activos representados “excavadoras de ruedas” y “excavadoras de cadenas”. En ambos casos se refleja una tendencia exponencial negativa en el comportamiento del precio de venta sobre el paso del tiempo, si bien hay unos matices diferenciadores en cuanto al comportamiento del precio de venta en los años iniciales y en los años ubicados hacia el final de su vida útil.

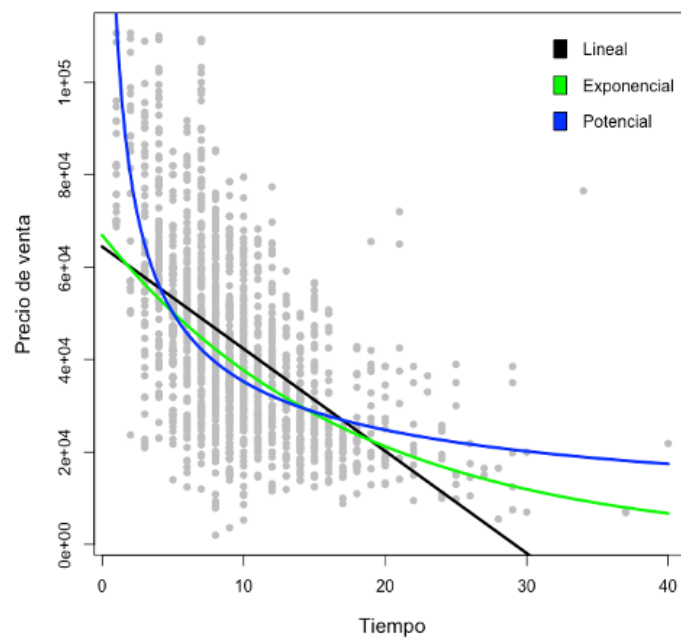
Es decir, la maquinaria correspondiente a las “excavadoras de ruedas” presenta un coeficiente obtenido por regresión lineal del 3,51 %. Aplicando este coeficiente, la vida útil de este tipo de activos se situaría en los 28,45 años. Su depreciación anual sería constante a lo largo de los 28,45 años. En el caso de las “excavadoras de cadenas”, este coeficiente se sitúa en el 3,43 % (es decir, su vida útil, considerando una amortización constante y lineal, ascendería hasta los 29,15 años).

No obstante, si se analiza el modelo de regresión exponencial, las “excavadoras de ruedas” (con mayor coeficiente de determinación hallado 61 %), presentan un coeficiente de depreciación de 0,9275. De modo que, ante un ejemplo de “excavadoras de ruedas” con un precio de adquisición de 1.000,00 euros, en los cinco primeros años de vida útil presentarían un valor sobre el precio inicial del 68,62 %, en el décimo año este porcentaje desciende hasta el 47,09 %, en el veinteavo año se situaría en el 22,17 %. Finalmente, en torno a los 50 años, se diría que este activo tan solo tendría un 2,32 % del valor inicial.

En paralelo, los cálculos correspondientes a las “excavadoras de cadenas” (con un  $R^2$



**Figura 3.** Modelos de regresión aplicados al grupo de activos de “excavadoras de ruedas”



**Figura 4.** Modelos de regresión aplicados al grupo de activos de “excavadoras de cadenas”

de 32 %), determinan el coeficiente de depreciación en el 0,9442. Es decir, con un precio de adquisición de 1.000 euros, en los cinco primeros años de vida útil, presentarían un valor sobre el precio inicial del 75,04 %, en el décimo año el valor supondría un 56,32 % sobre el precio inicial y en torno a los 50 años, se diría que este activo tan solo representaría un 5,66 % del valor inicial. Es decir, las “excavadoras de cadenas” presentan un ritmo de amortización menos intenso, y su vida útil es ligeramente superior a las “excavadoras de ruedas”.

Con el coeficiente hallado a través del modelo potencial (con un  $R^2$  del 54,80 %), las “excavadoras de ruedas” sufrirían un deterioro mucho más acelerado. En el quinto año de vida útil, el valor sobre el precio inicial sería tan sólo de un 23,33 %.

En cambio, las “excavadoras de cadenas” a través del modelo potencial (con un  $R^2$  del 32 %, como el obtenido en el modelo exponencial), presentarían un coeficiente de depreciación del -0,5078, es decir, en el quinto año de vida útil, el valor sobre el precio inicial representaría un 44,16 %.

Se considera que el modelo exponencial es el que mejor ajusta el comportamiento del precio de venta respecto a la evolución del paso del tiempo.

Llegados a este punto, se desea comprobar la robustez en el cálculo de los coeficientes de depreciación hallados mediante el modelo de regresión exponencial. Considerando que las “excavadoras de ruedas” presentan un mejor coeficiente de determinación, se realiza la comprobación sobre este grupo de activos.

Las muestras, procesadas y depuradas de datos anómalos se parten en dos submuestras nuevas; unas denominadas entrenamiento (es sobre la que se va a realizar el ensayo) y otras denominadas validación (es la que sirve de base para probar los resultados obtenidos en la denominada “entrenamiento”).

Se fija un nivel “p” que determina la proporción retenida para las muestras que compondrá el “entrenamiento”, Pérez-Planells, Delegido, Rivera-Caicedo, y Verrelst (2015). Con el objetivo de obtener unos resultados contrastados y fiables, el nivel “p” se va a establecer partiendo del 10 % y se incrementará con intervalos del 10 % sucesivamente hasta alcanzar el 90 %.

Posteriormente se procede con el cálculo de las diferencias obtenidas entre los coeficientes de depreciación en las muestras de entrenamiento y los coeficientes de depreciación obtenidos en las muestras de validación.

De modo que:

$$Dif.(%)Coef.dep. = \frac{Coef.depreciación_{SE}}{Coef.depreciación_{SV}} - 1 \quad (10)$$

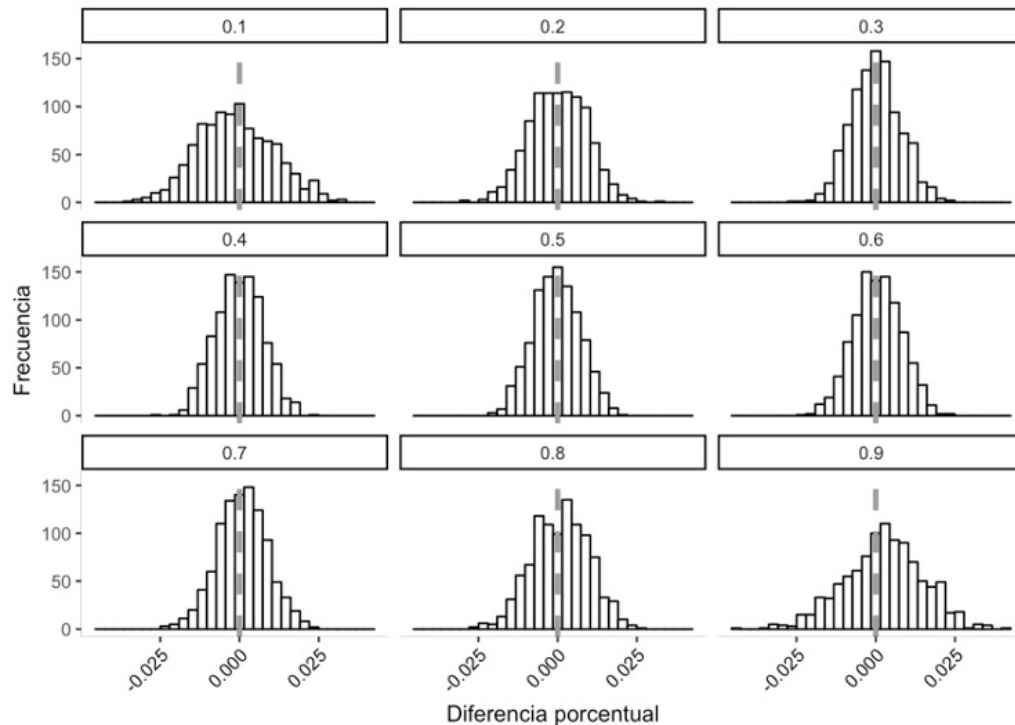
siendo:

- SE = submuestra entrenamiento
- SV = submuestra validación

Cuanto más se acerque dicha diferencia a 0, mayor será el ajuste del coeficiente de depreciación entre las muestras de entrenamiento y las muestras de validación.

Estas diferencias se hallan para cada nivel de partición realizado (10 % - 90 %).

Esta técnica de validación cruzada se aplica con un total de 1000 repeticiones (1000 fold), en el cual se obtiene el coeficiente de depreciación de las “excavadoras de ruedas” y de las “excavadoras de cadenas” en función del tiempo, para cada una de las muestras. Se trata de un coeficiente de depreciación básico, en el cual no se tienen en consideración otras variables que inciden en el valor de la maquinaria (como por ejemplo mantenimiento, seguros, reparaciones, mejoras, etc.).



**Figura 5.** Validación cruzada por nivel de partición. Excavadoras de ruedas

Tras generar dichas 1000 iteraciones, se obtiene una distribución normal ante las diferencias halladas por los coeficientes entre ambas submuestras.

En la Figura 5 se observa la distribución de la diferencia existente de los coeficientes de depreciación entre la muestra entrenamiento y la muestra validación para cada nivel de partición aplicado. Se observa que ante niveles de partición de la submuestra de entrenamiento extremos (10 % o 90 %), las diferencias existentes entre los coeficientes de depreciación de las dos submuestras tienden a ser superiores. Prueba de ello es la amplitud del histograma de frecuencias. Mientras que, en los niveles de partición centrales (50 %), la amplitud de la campana tiende a estrecharse.

Conociendo la distribución del sesgo entre los coeficientes de ambas muestras según el nivel de partición aplicado, se plantea la Tabla 3, de modo que se halla el coeficiente de depreciación medio para la submuestra de entrenamiento y sobre dicho coeficiente se aplica la diferencia calculada para el extremo del -2'50 % en el histograma de frecuencias de "Diferencias" así como para el extremo del 2,50 %.

El coeficiente de depreciación medio para la submuestra validación se obtiene a través de la ecuación 11:

$$Coef.deprec.medio_{SV} = \frac{Coef.depreciación_{SE}}{Sesgo + 1} \quad (11)$$

El coeficiente de depreciación ubicado en el límite inferior se obtiene aplicando al coeficiente de depreciación medio el sesgo obtenido en el percentil +2,50 %, ya que este percentil positivo indica cuanto puede llegar a ser superior el coeficiente de depreciación de la submuestra entrenamiento respecto al coeficiente de depreciación de la submuestra validación.

Nivel partición	Coef. Dep. SE	Coef. Dep. SV	p -0,025	p +0,025	Coef. Lími- te sup.	Coef. Lími- te inf.
10 %	0,92625	0,92739	-0,02284	0,02298	0,94790	0,90544
20 %	0,92744	0,92721	-0,01689	0,01697	0,94337	0,91196
30 %	0,92729	0,92726	-0,01400	0,01457	0,94045	0,91398
40 %	0,92720	0,92729	-0,01410	0,01399	0,94046	0,91441
50 %	0,92710	0,92740	-0,01406	0,01350	0,94032	0,91475
60 %	0,92745	0,92697	-0,01370	0,01503	0,94033	0,91372
70 %	0,92748	0,92679	-0,01476	0,01646	0,94137	0,91246
80 %	0,92736	0,92667	-0,01636	0,01797	0,94282	0,91102
90 %	0,92747	0,92532	-0,02234	0,02557	0,94866	0,90435

**Tabla 3.** Coeficiente depreciación SE y SV por nivel de partición. Excavadoras de ruedas

Niveles de partición			
Coeficiente depreciación	10 %	50 %	90 %
Entrenamiento	681,76	684,91	686,28
Validación	685,98	686,02	678,36
Diferencia (términos absolutos)	-4,22	-1,10	7,93

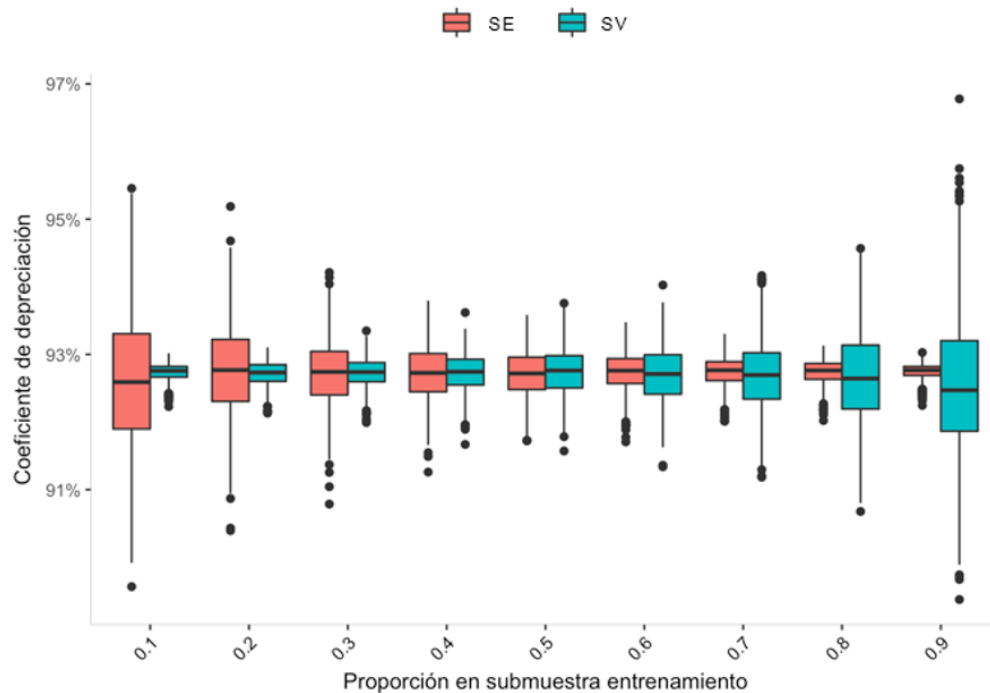
**Tabla 4.** Impacto en términos absolutos del sesgo en los coeficientes de depreciación entre la SE y SV

Por contraposición, el coeficiente de depreciación ubicado en el límite superior se obtiene aplicando al coeficiente de depreciación medio de la submuestra de entrenamiento el sesgo obtenido en el percentil -2,50 %, ya que este percentil indica cuanto menor puede llegar a ser el coeficiente de depreciación de la submuestra de entrenamiento en comparación con el coeficiente de depreciación de la submuestra de validación.

En términos generales se observa como los coeficientes de depreciación entre ambas submuestras tienden a ser semejantes, no obstante, existen diferencias notorias en los coeficientes hallados cuando el nivel de partición de datos para generar la submuestra de entrenamiento se sitúa en el 10 % y en el 90 %.

En términos económicos, la Tabla 4 muestra el grado de ajuste del coeficiente de depreciación hallado en la submuestra de entrenamiento sobre el coeficiente correspondiente en la submuestra de validación, para el caso de una excavadora de ruedas con un precio de venta de 1.000,00 euros, y con 5 años de antigüedad.

Es decir, cuando se halla el coeficiente de depreciación en la submuestra de entrenamiento, usando un nivel de partición del 10 %, el coeficiente de depreciación hallado (0,9262) ofrecería un valor para la excavadora de ruedas de 681,76 euros tras cinco años de vida útil (sobre un precio inicial de 1.000,00 euros); mientras que, si se aplica el coeficiente de depreciación medio obtenido en la submuestra de validación, este importe ascendería a 685,98 euros. Se concluye por lo tanto que el coeficiente de depreciación de la submuestra de entrenamiento está amortizando en una mayor proporción el valor de la maquinaria que lo que realmente está ocurriendo en la submuestra de validación.



**Figura 6.** Límites inferior y superior del coeficiente de depreciación en SE y SV por nivel de partición en el coeficiente de depreciación de las excavadoras de ruedas mediante regresión exponencial

Si este estudio se aplica con un nivel de partición del 90 % para la submuestra de entrenamiento, el coeficiente de depreciación (0,9274) ofrecería un valor para la excavadora de ruedas de 686,28 euros, mientras que el coeficiente de depreciación de la submuestra de validación (0,9253) daría como resultado 678,36 euros. En esta ocasión, con la submuestra de entrenamiento se estaría recogiendo un nivel de amortización inferior al que sucede en la submuestra de validación.

Se observa que con un nivel de partición del 50 %, los coeficientes de depreciación de las excavadoras de ruedas tienden a converger en ambas submuestras, por lo que quedaría contrastado el modelo. El coeficiente de depreciación medio se situaría en 0,9271.

Si no se consideran los niveles de partición 10-40 y 60-90 y se toma únicamente el nivel de partición 50 %-50 % se concluye con un coeficiente de depreciación medio comprendido entre dos bandas (inferior y superior) en el que oscilaría el ritmo de amortización debido al paso del tiempo.

#### 4 Discusión

El caso de estudio muestra cómo es posible determinar el comportamiento de la depreciación de la maquinaria en función de su edad empleando información de mercado. Los resultados son diferentes según el tipo de maquinaria y modelo, pero se aprecia claramente la importancia de la variable edad en todos los tipos.

Por otro lado, la validación cruzada proporciona una alternativa para la evaluación del rendimiento o robustez de un modelo cuando no hay suficientes datos, a través de la técnica de la reutilización de la muestra. Se divide un conjunto de datos en dos partes, subconjunto

de entrenamiento y subconjunto de validación (Hastie, Tibshirani, y Friedman, 2009). Es bien sabido que probar un algoritmo y evaluar su desempeño estadístico en los mismos datos conduce a un resultado excesivamente óptimo. Las técnicas de validación cruzada se desarrollaron para abordar este tipo de problemas basándose en el concepto de que el ensayo y error y probar el resultado de un algoritmo sobre nuevos datos conduciría a una mejor estimación de su rendimiento. La idea básica es que, si un modelo de predicción es válido, también debería predecir con eficacia los resultados esperados en una segunda muestra de la misma población (Widman, 2011).

Mediante la validación de los modelos de regresión aplicados, se obtiene robustez estadística que permite la aplicación de los coeficientes de depreciación obtenidos para determinados grupos de activos. Disponer de información de mercado en tiempo real, y de modelos informáticos que actualicen los cálculos, supone un avance matemático que permitiría una imputación más real de la verdadera depreciación de los activos productivos. De este modo se evitaría la infravaloración o sobrevaloración del inmovilizado de las pequeñas y medianas empresas.

## 5 Conclusiones

El Ministerio de Economía y Hacienda emite un listado en el que se especifican la vida útil, valor residual y márgenes en las cuotas anuales de amortización para diferentes tipos de activo. El enfoque de estos listados es principalmente fiscal, y no refleja la verdad amortización o depreciación sufrida por los activos.

Debido a que la amortización depende de la vida útil, del valor residual y en algunos casos, del valor de reposición, solo se pueden realizar estimaciones o predicciones sobre las mismas.

El uso e impacto de los costes de amortización en los sistemas productivos, y su importancia en términos estratégicos para los empresarios, hacen imprescindible llevar a cabo una revisión de los métodos de amortización existentes y plantear alternativas que ajusten de una forma más real la depreciación que sufren estos activos.

Con el acceso a un volumen de información cada vez mayor, unido a las nuevas tecnologías que permiten el análisis de grandes cantidades de datos, se puede obtener a través de modelos de regresión, unos coeficientes de amortización que se ajusten con mayor precisión a la realidad del mercado.

A tal fin se han aplicado técnicas de regresión lineal, exponencial y potencial sobre un conjunto de activos relacionados con la maquinaria de obra pública. Tras llevar a cabo los análisis y observar los coeficientes de determinación, se concluye que el grupo de maquinaria relacionada con las excavadoras de ruedas presenta un grado de ajuste  $R^2$  superior al resto del grupo de activos en el modelo de regresión exponencial. No obstante, se analiza también el grupo de maquinaria de excavadoras de cadenas. Con el estudio llevado a cabo se detecta como este segundo grupo de maquinaria presenta una vida útil ligeramente superior a las excavadoras de ruedas. Los motivos de esta diferencia son técnicos, y aquí se abriría una nueva línea de investigación, en la que se analicen otros factores relevantes para determinar la depreciación y el estado de conservación de la maquinaria.

Para contrastar y validar el modelo de regresión planteado en este estudio se han empleado técnicas de validación cruzada. Mediante el uso de este método se observa que ante un nivel de partición del 50 % para generar la submuestra de entrenamiento, el resultado correspondiente al coeficiente de depreciación medio prácticamente coincide con el coeficiente de depreciación medio de la submuestra de validación, por lo que quedaría contrastado el coeficiente. Se puede asumir, por lo tanto, que el coeficiente hallado a través de dicho modelo de regresión predice

con un grado de precisión elevado el comportamiento del deterioro de las excavadoras de ruedas asociado únicamente al paso del tiempo.

## Referencias

- Arlot, S., y Celisse, A. (2010). A survey of cross-validation procedures for model selection. *Statistics Surveys*, 4(0), 40–79. doi: <https://doi.org/10.1214/09-ss054>
- Astorga Gómez, J. M. (2014). Aplicación de modelos de regresión lineal para determinar las armónicas de tensión y corriente; application of linear regression models to determine the current and voltage harmonics. *Ingeniería Energética*, 35(3), 234–241.
- Cousineau, D., y Chartier, S. (2010). Outliers detection and treatment: a review. *International Journal of Psychological Research*, 3(1), 58–67. doi: <https://doi.org/10.21500/20112084.844>
- Cross, T. L., y Perry, G. M. (1995). Depreciation patterns for agricultural machinery. *American Journal of Agricultural Economics*, 77(1), 194–204. doi: <https://doi.org/10.2307/1243901>
- Fenollosa, L., y Guadalajara Olmeda, N. (2007). An empirical depreciation model for agricultural tractors in Spain. *Spanish Journal of Agricultural Research*(2), 130–141.
- Guadalajara-Olmeda, N., y Fenollosa-Ribera, M. L. (2010). Modelos de valoración de maquinaria agrícola en el sur de Europa. un análisis de la depreciación real. *Agrociencia*, 44(3), 381–391.
- Guerschman, J. P., Scarth, P. F., McVicar, T. R., Renzullo, L. J., Malthus, T. J., Stewart, J. B., ... Trevithick, R. (2015). Assessing the effects of site heterogeneity and soil properties when unmixing photosynthetic vegetation, non-photosynthetic vegetation and bare soil fractions from Landsat and MODIS data. *Remote Sensing of Environment*, 161, 12–26. doi: <https://doi.org/10.1016/j.rse.2015.01.021>
- Hansen, L., y Lee, H. (1991). Estimating farm tractor depreciation: Tax implications. *Canadian Journal of Agricultural Economics/Revue canadienne d'agroeconomie*, 39(3), 463–479. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1744-7976.1991.tb03587.x>
- Hastie, T., Tibshirani, R., y Friedman, J. (2009). *The elements of statistical learning: data mining, inference, and prediction*. Springer Science & Business Media.
- Hawkins, D. M., Basak, S. C., y Mills, D. (2003). Assessing model fit by cross-validation. *Journal of Chemical Information and Computer Sciences*, 43(2), 579–586. doi: <https://doi.org/10.1021/ci025626i>
- Kozak, A., y Kozak, R. (2003). Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? *Canadian Journal of Forest Research*, 33(6), 976–987. doi: <https://doi.org/10.1139/x03-022>
- Leatham, D. J., y Baker, T. G. (1981). Empirical estimates of the effects of inflation on salvage values, cost and optimal replacement of tractors and combines. *North Central Journal of Agricultural Economics*, 3(2), 109. doi: <https://doi.org/10.2307/1349124>
- Leys, C., Ley, C., Klein, O., Bernard, P., y Licata, L. (2013). Detecting outliers: Do not use standard deviation around the mean, use absolute deviation around the median. *Journal of Experimental Social Psychology*, 49(4), 764–766. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jesp.2013.03.013>
- McNeill, R. C. (1979). Depreciation of farm tractors in British Columbia. *Canadian Journal of Agricultural Economics/Revue canadienne d'agroeconomie*, 27(1), 53–58. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1744-7976.1979.tb02928.x>
- Peacock, D. L., y Brake, J. R. (1970). *What is used farm machinery worth?* Michigan State University, Agricultural Experiment Station.



- Peña, D. (2000). *Estadística, modelos y métodos: II*. Alianza Editorial.
- Pérez-Planells, L., Delegido, J., Rivera-Caicedo, J. P., y Verrelst, J. (2015). Análisis de métodos de validación cruzada para la obtención robusta de parámetros biofísicos. *Revista de Teledetección*(44), 55. doi: <https://doi.org/10.4995/raet.2015.4153>
- PGC, P. G. D. C. (2007). Real decreto 1514/2007, de 16 de noviembre, por el que se aprueba el plan general de contabilidad. *Suplemento del BOE*(278), 20.
- Rousseeuw, P. J., y Croux, C. (1993). Alternatives to the median absolute deviation. *Journal of the American Statistical association*, 88(424), 1273–1283.
- Silva Palavecinos, B. (2011). Valor razonable: un modelo de valoración incorporado en las normas internacionales de información financiera. *Estudios Gerenciales*, 27(118), 97–114. doi: [https://doi.org/10.1016/s0123-5923\(11\)70148-6](https://doi.org/10.1016/s0123-5923(11)70148-6)
- Widman, T. (2011). *Factors that influence cross-validation of hierarchical linear models*. Educational Policy Studies Dissertations, Department of Educational Policy Studies, Georgia State University.