Finance, Markets and Valuation

Teoría de Juegos y Opciones Reales: Un modelo para la valuación de estrategias, acuerdos y penalidades

Games Theory and Real Options: A model to asses strategies, agreements and penalties

Gastón Milanesi[1]

[1]Universidad Nacional del Sur. Departamento Ciencias de la Administración. milanesi@uns.edu.ar

JEL: C71, C72, G13, G32.

Resumen

El diseño y elección de estrategias en entornos competitivos requiere considerar tres fuentes de incertidumbre: derivadas de las decisiones del agente, emergentes de estados de la naturaleza y producto de las decisiones de competidores. Para ello, es requerido un modelo numérico que considere las acciones de los competidores, para valorar estrategias, diseño de acuerdos colaborativos y cuantificación de penalidades. El trabajo propone un modelo numérico simple de Teoría de Juegos y Opciones Reales con fuente de riesgo múltiples. La primera parte expone los fundamentos matemáticos del modelo. Su funcionamiento es ilustrado con la valuación de casos correspondientes a estrategias sin acuerdo colaborativo. Seguidamente, es valuada la estrategia de cooperación y penalidades monetarias por incumplimiento. Finalmente es expuesto las principales conclusiones.

Palabras clave: Valoración de estrategias; Opciones reales multinomiales; Teoría de juegos; Estrategia de iniciativa; Acuerdo estratégico; Valoración de penalidades.

Abstract

In competitive environments, the design and election of strategies demand to consider three potential sources of uncertainty: risks derived from self-actions, risks emerged from states of nature and risks derived from competitors´ decisions. For that, a numerical model that considers the competitors´ actions is required, for value strategies, join venture design and penalty quantification. The paper proposes a simple numerical model of Game Theory and Real Options with multiples source of risk. The first part exposes the mathematical basis of the model. Its functioning is illustrated with the cases valuation related to strategies without collaborative agreement. Next, the cooperation strategy and default monetary penalties are valued. Finally, the main conclusions are exposed.

Keywords: Evaluation of strategies; Multinomial real options; Games theory; Initiative strategy; Strategic agreement; Assessment of penalties

DOI: 10.46503/RRGP4512

Corresponding autor
Gastón Milanesi

Received: 07 Nov 2021
Revised: 17 Nov 2021
Accepted: 19 Nov 2021

Finance, Markets and Valuation
ISSN 2530-3163.

Cómo citar: Milanesi, G. (2021) Teoría de juegos y opciones reales: Un modelo para la valoración de estrategias, acuerdos y penalidades. Finance, Markets and Valuation, 7(2), 18–37. DOI: https:\\doi.org\10.46503/RRGP4512

1. Introducción

En contextos competitivos la formulación, valoración y selección de estrategias requiere considerar tres fuentes de riesgo: derivados de las decisiones del agente, emergentes de los estados de la naturaleza no controlables y las decisiones de terceros o posibles acciones motivadas en las reacciones que los competidores y otros agentes adoptan frente a la estrategia. Cuantificar y seleccionar el óptimo curso de acción requiere de un marco conceptual analítico que comprenda las fuentes de riesgo indicadas. La Teoría de Juegos (TJ) brinda el marco conceptual necesario para modelar situaciones en donde existe interdependencia en la toma de decisiones. Por otro lado la Teoría de Opciones Reales (TOR) contiene modelos destinados a valorar la flexibilidad estratégica en las decisiones de inversión. Los modelos que conjugan a la TJ y TOR se encuadran en dos grupos: los Modelos Simples de Teoría de Juego y Opciones Reales (MSTJOR) y los Modelos Complejos de Teoría de Juegos y Opciones Reales (MCTJOR).

Los modelos MSTJOR conjugan la teoría de Opciones Reales y la Teoría de Juegos para resolver un problema de toma de decisiones considerando la interacción estratégica entre dos firmas propietarias de la opción. Se destacan los trabajos seminales (Smit & Ankum, 1993; Dixit & Pindyck, 1994; Grenadier, 1996; Kulatilaka & Perotti, 1998; Smit, 2003; Smit & Trigeorgis, 2004. En los modelos MSTJOR presentan dos líneas de estudio: las estrategias de iniciativa (preemption game) y las de desgaste (war of attrition game). Las primeras analizan el valor esperado asociado al incentivo a tomar la iniciativa, por ejemplo el caso del lanzamiento de un producto. Las segundas estiman el valor esperado asociado a las estrategias de esperar y mover en segundo término. Las alianzas estratégicas constituyen soluciones cooperativas superadoras en relación a los resultados suma cero (Axelrod, 1986). Para asegurar el cumplimiento de juegos cooperativos se debe incentivar las conductas colaborativas, en parte asegurado con sanciones monetarias dispuestas en el contrato. (Milanesi & Thomé, 2015).

Los modelos MCTJOR operan con dos o más variables estocásticas en tiempo continuo mediante el formato de elegante modelos matemáticos de solución cerrada Estudian el grado de competencia, opciones de salidas, asimetrías entre firmas, estructuras informativas (perfectas/imperfectas), cooperación entre firmas, participaciones en el mercado (Fudenberg & Tirole, 1985; Ghemawat & Nalebuff, 1985; Fudenberg & Tirole, 1986; Lambrecht, 2001; Grenadier, 2000; Grenadier, 2002; Lambrecht & Perraudin, 2003; Paxson & Pinto, 2003; Murto, 2004; Smit & Trigeorgis, 2004; Pawlina & Kort, 2006; Hsu & Lambrecht, 2007; Paxson & Melmane, 2009; Armada *et al.,*2009; Thijssen, 2010; Graham, 2011; Boyer *et al.*, 2012), entre otros.

En base a los MSTJOR el trabajo desarrolla un modelo numérico para la valoración de estrategias en tiempo discreto, proponiendo una herramienta para la toma de decisiones gerenciales, para: a) valorar estrategias de iniciativa considerando riesgos tecnológicos y de mercado con opciones exóticas del tipo arco iris b) cuantificar pisos monetarios de penalidades en base a equilibrios de Nash, en acuerdos de join venture. En la siguiente sección se desarrollan los fundamentos matemáticos del modelo. Aplicando metodología de casos en administración, es instrumentado en caso de selección de estrategias iniciativa con opción de diferir sin acuerdo estratégico formal. Luego se valora el acuerdo y las penalidades sobre la base del equilibrio de Nash. Finalmente se exponen las principales conclusiones.

2. Marco teórico: Opciones Reales Multinomiales y Teoría de Juegos

En esta sección se desarrolla el modelo en abstracto, es reseñado el modelo binomial de valoración de opciones reales para desarrollar el modelo multinomial, esta es la herramienta de análisis endógena. Seguidamente los básicos conceptos de Teoría de Juegos, sus elementos y formas de resolución, en especial usando equilibrios de Nash. Finalmente, el modelo para valorar estrategias que reúne la lógica de las opciones reales y la teoría de juegos, como la determinación de las penalidades.

2.1. El modelo multinomial

La valoración de la flexibilidad estratégica y opcionalidad presenta sus orígenes en el modelo (BSM), (Black & Scholes, 1972; Merton, 1973). Adaptado a problemas de decisión estratégica en tiempo discreto, expresado en los modelos (CRR) (Cox, Ross y Rubinstein, 1979) y (RB) (Rendleman & Bartter, 1979), adaptados a la valoración de decisiones sobre activos reales (Trigeorgis, 1995)[1]. El modelo evolucionó en función a las características y complejidades de los proyectos, contratos y estrategias a valorar, con una importante literatura al respecto (Copeland & Antikarov, 2003; Smit & Trigeorgis, 2004; Num, 2015)[2]. El modelo supone que todos los riesgos del proyecto son explicados y resumidos por la medida volatilidad (σ) correspondiente a la variabilidad de los flujos de fondos esperados generados por el activo real Los parámetros son: coeficientes de ascenso (u) y descenso (d) cuya función es modelar el recorrido estocástico discreto del subyacente.

$$u = e^{\sigma\sqrt{t}}; d = \frac{1}{u} \tag{1}$$

Probabilidades neutrales al riesgo (p)

$$p = (e^{rt} - d)/(u - d) \tag{2}$$

El valor inicial obtenido mediante el proceso recursivo para n periodos es,

$$V_0 = \left[\sum_{j(T)=0}^{j\,(T)=n} max\,(V_{j(T)} - X)\frac{n!}{j!(n-j)!}p^j(1-p)^{n-j}\right]e^{-rT} \tag{3}$$

El valor terminal de la flexibilidad estratégica es la expresión, $max\,(V_{j(T)} - \mathrm{X})$. Representa el valor terminal de la opción en el horizonte T, multiplicado por las

[1] No es el objeto del presente trabajo pasar revista las múltiples versiones del modelo binomial para valorar opciones. Su forma tradicional supone entornos de mercado financieros perfectos, eficientes informativamente y completos. Esta última condición permite asumir que la volatilidad correspondiente a los flujos del proyecto se obtiene a partir de los precios de mercado de activos o carteras de activos de riesgo similar a los flujos del proyecto, manteniéndose constante para todo el horizonte de proyección. El talón de Aquiles de los modelos de valoración de opciones reales, pues no siempre los mercados son completos para cualquier clase de proyectos o activos reales (intangibles, empresas de base tecnológica, empresas cerradas, estrategias puntuales de la firma) (Dixit & Pindyck, 1994; Smith & Nau, 1995).

[2] El modelo binomial evoluciona hacia formas elaboradas, atendiendo a la naturaleza compleja de los activos reales en contraposición a los financieros. El modelo puede adoptar 11 maneras diferentes de ser planteado, todas generando en límite el mismo resultado al modelo BSM (Chance, 2007). Un detallado análisis sobre las alternativas que presenta el modelo de valoración binomial se puede encontrar en Van der Hoek *et al.*, 2006; Chance, 2008; Wilmott, 2009.

probabilidades neutrales al riesgo obtenidas a partir de la combinatoria correspondiente al periodo n, nodo j, actualizado a la tasa sin riesgo (r).

Una de las variables que mayor atención ha recibido de la literatura, es el tratamiento de la volatilidad[3]. En particular las estrategias en I&D (Investigación y Desarrollo), empresas de base tecnológica, nuevos proyectos de inversión sobre tecnologías existentes, presentan una clara separación entre el riesgo de mercado que impacta sobre la demanda y el riesgo tecnológico, éxito o fracaso del desarrollo previo a su comercialización. Desagregar riesgos requiere del uso del modelo multinomiales (Boyle, 1988; Smith & Nau,1995; Rubinstein, 2000; Lari-Lavassani *et al.*, 2001; Gamba & Trigeorgis, 2007; Korn & Muller, 2009; Brandao & Dyer, 2009; Brous, 2011; Haahtela, 2011; Zapata, 2019; Milanesi, 2021). Es la adaptación de las opciones exóticas arco iris a un problema de valoración de proyectos.

Cuando se presentan dos fuentes de incertidumbre, el valor esperado del activo se proyecta con una función multinomial. Notadas las fuentes de incertidumbre como $V = (F_1; F_2)$ evolucionan en función a su volatilidad arrojando movimientos ascendentes y descendentes por clase de riesgo: $F_1(\sigma_1; u_1;\ d_1)$ y $F_2(\ \sigma_2; u_2;\ d_2)$.

Si F_m representa la incertidumbre de mercado y F_t incertidumbre vinculada al éxito o fracaso tecnológico, el primer paso del proceso consiste en proyectar el recorrido del subyacente, representado por el valor actual del proyecto. La valuación de opciones es resuelta recursivamente. Por lo tanto. la proyección supone éxito tecnológico en todas las etapas, a raíz de ello, para proyectar hasta el final son utilizadas los coeficientes de ascenso y descenso de mercado $F_m(\sigma_m; u_m;\ d_m)$,

$$V_{t+1} = \{V_t \times u_m; V_t \times d_m\} \tag{4}$$

Donde V_{t+1} es el valor proyectado del activo subyacente. El siguiente paso consiste en estimar los coeficientes equivalentes ciertos. Estos combinan las fuentes de riesgo, se parte de los cuatro coeficientes equivalentes ciertos individuales: $F_m(p_{um}; p_{dm})$ de mercado y $F_t(p_{ut}; p_{dt})$ tecnológico. Con estos se calculan los coeficientes combinados a partir de la siguiente expresión.

$$p_{um,ut} = (p_{um} \times p_{ut});\ \ p_{um,dt} = (p_{um} \times p_{dt});\ p_{dm,ut} = (p_{dm} \times p_{ut}); \\ p_{dm,dt} = (p_{dm} \times p_{dt}) \tag{5}$$

Dos combinaciones por movimiento de ascenso y descenso. Estos coeficientes se utilizan para resolver recursivamente la rejilla binomial proyectada. En la rejilla pueden existir periodos y nodos expuestos a múltiples fuentes de riesgo o a riesgo de mercado solamente, pues dicho paso no se encuentra expuesto a resolución tecnológica (Milanesi, 2021). En el primer caso la resolución recursiva se realiza con la siguiente expresión,

[3] Existen propuestas donde son incorporados los momentos estocásticos de orden superior como la asimetría y curtosis para proyectar el valor del proyecto, en particular en desarrollos de I&D, utilizando en el proceso recursivo la lógica de las probabilidad implícitas (Rubinstein, 1983; Rubinstein, 1994; Derman *et al.*, 1996; Rubinstein, 1998; Milanesi, 2013; Milanesi & Tohmé, 2014). Modelos donde se introducen sesgos o desplazamientos en la volatilidad, provocando asimetrías y no estabilidad del riesgo (Haahtela (a), 2011; Haahtela (b), 2011, Milanesi *et al.*, 2013; Milanesi *et al.*, 2014; Culik, 2016). Se deben mencionar los modelos y avances en materia de simulación para estimar volatilidad en el caso de no existir precios de mercado, partiendo del enfoque MAD (marketed asset disclaimer) (Copeland & Antikarov, 2003) y su evolución (Smith, 2005; Medina Tamayo & Rodriguez Pinzon, 2010; Brandao *et al*., 2012; Pareja *et* al., 2019).

$$V_t = \{p_{um,ut} \times V_{t+1}^{um,ut} + p_{um,dt} \times V_{t+1}^{um,dt} + p_{dm,ut} \times V_{t+1}^{dm,ut} + p_{dm,dt} \times V_{t+1}^{dm,dt}\} \times e^{-rt} \quad (6)$$

Donde V_t representa el valor del proyecto en el modelo t y e^{-rt} el factor de actualización al tipo sin riesgo. En los pasos donde existe solamente exposición a riesgo de mercado se resuelve recursivamente aplicando los coeficientes equivalentes ciertos que reflejan riesgo de mercado, usados en el modelo binomial.

2.2. Teoría de Juegos y valoración de opciones con estrategias

En esta sección expone de manera sucinta las variables operativas de la Teoría de Juegos: elementos, representación y forma de resolución[4].

Elementos de un juego: los actores, las estrategias a seguir, el momento en que son realizadas las estrategias y los pagos o valores correspondientes a las estrategias (Aguado, 2007). Los actores son los agentes representativos que toman decisiones, influenciadas por los pagos esperados y condicionados por eventos tecnológicos y de mercado conocidos como estados. El momento en que se realizan las estrategias es un punto del tiempo o nodo decisorio. Si la toma de decisión es concomitante, el juego es de movimientos simultáneos. Cuando uno de los agentes toma la iniciativa el juego es del tipo secuencial. Las estrategias son el resultado de las "mejores" acciones seleccionadas por el agente, con información completa, simétrica, edificada en el conocimiento común de las acciones de los otros, o con información incompleta con conocimiento parcial y asimétrico. Los pagos representan los flujos asociados a cada estrategia, ya que el agente representativo (empresa) selecciona la alternativa que maximiza su valor. En nuestro caso esos pagos son cuantificados mediante modelos de opciones reales.

Representación de un juego: los juegos se representan en forma extensiva (árboles de decisión) o matricial (matrices) de decisión (Aguado, 2007). Las formas contienen los elementos indicados: agentes, acciones y estrategias, momento de decisión y flujos de fondos asociados a las estrategias.

Solución de un juego: es un resultado obtenido a partir de una metodología donde se estima el conjunto de óptimas decisiones para una trayectoria. De manera similar a la teoría financiera neoclásica, se supone conducta racional respecto de los actores, bajo el concepto de "conocimiento común". Significa: cada jugador está seguro del comportamiento racional de la otra parte, decidiendo en consecuencia. Siguiendo a Dixit y Nalebuff (1991), se resumen las siguientes reglas para llegar a un equilibrio en juegos dependiendo de la información y de movimientos simultáneos o secuenciales:

a) Resolución por estrategias dominantes: Para juegos con movimientos simultáneos este tipo de resolución implica determinar la estrategia dominante o superior a otras posibles, sin considerar las posibles reacciones de su competidor. Una estrategia dominada es aquel conjunto de acciones que nunca va a ser mejor, en términos de flujos esperados, que la estrategia dominante. La solución al juego se logra eliminando estrategias dominadas de manera sucesiva, o eliminación iterativa. Si no existe solución con estrategias estrictamente dominante puras la resolución se lleva a cabo con estrategias mixtas[5].

---

[4] No pretende agotar el tema, para los lectores interesados se sugiere la basta bibliografía, entre la que se puede citar enfoques como (Aguado, 2007) y lecturas avanzadas como (Guintis, 2009), entre otros.

[5] Estrategia mixta entendida como una combinación lineal de varias estrategias, con probabilidad de ocurrencia asociada a cada camino alternativo.

b) Equilibrios de Nash[6]: Un equilibrio de Nash es una combinación de estrategias en la que la opción seleccionada por un jugador es óptima dada la opción seleccionada por el resto[7]. Si se encuentra un equilibrio de Nash, ningún jugador tendrá incentivos individuales para cambiar dicha estrategia. No necesariamente un equilibrio de Nash es de estrategia dominante, pero lo contrario es cierto y será el único equilibrio posible del juego. Puede existir más de un equilibrio de Nash, se conocen como equilibrios fuertes y débiles, en función de las preferencias intuitivas de los participantes y de sus incentivos a cooperar o competir[8].

c) Equilibrios en juegos dinámicos o secuenciales: En los juegos dinámicos las decisiones no se toman de forma concomitante, si no de manera secuencial. La resolución en juegos dinámicos se logra hallando equilibrios de Nash perfectos en subjuegos[9]. Este tipo de juego se plantea de manera extensiva en el tiempo, donde los participantes anticipan los movimientos de su rival des construyendo las estrategias de manera recursiva. Pueden ser finitos, finalizando con un número de casos, donde se recorre todo el árbol de decisiones para su resolución. Cuando un jugador desconoce lo que ha hecho el otro precedentemente la resolución es idéntica a los juegos simultáneos trabajando con conjuntos de información (Guintis, 2009)[10]. Si el juego se repite infinitamente, pueden obtenerse resultados cooperativos, en contraste con los juegos finitos (Axelrod, 1986)[11].

Valoración de estrategias: El primer paso consiste en valuar cada una de las estrategias propias y del competidor, suponiendo información perfecta, con el modelo de opciones reales multinomiales (ec.6). Son valoradas en el momento t+1, resolviendo la incertidumbre tecnológica para cada estado del mercado. Seguidamente se plantea el juego de manera extensiva, adjudicando a cada rama el valor obtenido en el primer paso. Para incorporarlas en la matriz, resta por calcular su valor esperado inicial (t=0), con la siguiente expresión,

$$V_{t=0} = \frac{p_u \times V_{i,(t+1)} + p_d \times V_{j,(t+1)}}{1+r} \tag{7}$$

Donde $V_{ij,(t+1)}$ representa el valor de la estrategia que adoptan los actores del juego para cada estado de la demanda favorable p_u, desfavorable p_d. El valor $\mathrm{V}_{t=0}$ es

[6] En honor a su creador y premio Nobel de Economía John Nash

[7] El jugador forma su decisión a partir de la creencia acerca de la conducta del rival. Supone que esta frente a un agente representativo racional y todos los jugadores basarán sus elecciones en dicha creencia. En tal sentido las decisiones conducirán a un equilibrio de Nash.

[8] Un equilibrio fuerte puede no ser un óptimo Paretiano, pero sí una solución al juego, atendiendo a los incentivos. Nash, (1953) define a los juegos cooperativos como aquellos donde los intereses de las partes no se encuentran totalmente opuestos, pero tampoco alineados en su totalidad. Se supone que los agentes racionales pueden discutir y acordar un plan de acción conjunto bajo alianzas que inducen al cumplimiento. No es cooperativo si las partes no pueden comunicarse o cumplir el acuerdo.

[9] A partir de cualquier punto de información de dominio público de lo acontecido hasta ese momento del tiempo, se define a un subjuego es la fracción del juego que resta jugar.

[10] El juego plantea conjuntos de información como un agrupamiento de nodos, en donde el jugador desconoce en cual se encuentra y debe decidir de manera simultánea.

[11] Por ejemplo El dilema del prisionero, si se repite un número finito de veces, el equilibrio de Nash será único con la estrategia dominante de traición con pago inferior a la mutua cooperación. En la penúltima jugada ambos proyectan lo que ocurrirá en la última jugada (no cooperación-traición). La cooperación se logra con repeticiones infinitas. Conclusiones a las que arribaron (Kreps, 1982; Axelrod, 1981; Guintis, 2009). El hecho que hace posible la cooperación es la posibilidad de coincidencia o encontrarse en el futuro. El futuro puede proyectar una sombra sobre el presente e influir en la situación estratégica actual (Axelrod, 1986).

el valor esperado inicial a incorporar en la resolución matricial para la resolución del juego.

2.3. La determinación de penalidades a través de SROG

Para asegurar las acciones cooperativas en juegos finitos deben establecerse incentivos económicos mediante castigos, que sirven de protección a la buena fe de la contraparte (Milanesi & Thomé, 2015). En términos de equilibrio de Nash la penalización monetaria debe ser suficiente para generar incentivos a cumplir. Su valor es el máximo entre el perjuicio sufrido por el agente y el valor actual del beneficio obtenido por el infractor. Suponiendo que el acuerdo implique respetar la estrategia "B" y la alternativa es la estrategia "A".

$$MM_{inf} = Max\{[VE(A)_{inf(0)} - VE(B)_{inf(0)}]; [VE(B)_{perj(0)} - VEI(A)_{perj(0)}]\} \quad (8)$$

El primero, es el beneficio potencial del infractor $[VE(A)_{inf(0)} - VE(B)_{(0)}]$ que surge como diferencia entre el valor esperado marginal de la estrategia "A" en lugar de la "B". El segundo flujo está dado por el perjuicio ocasionado a la contraparte, la diferencia entre valor actual de la acción acordada "B" y el valor de la estrategia "A" sin tomar la iniciativa con los perjuicios que ello implica.

3. Metodología: Análisis de caso Estrategia de iniciativa /desgaste (preemption-attrition) en lanzamientos y desarrollos I&D

Para analizar los atributos de los modelos de opciones y juegos serán empleados dos grupos de casos, como técnica de investigación en administración (Castro, 2010). La primera estrategia es de iniciativa o lanzamientos (preemption) y la consecuente apuesta al desgaste del seguidor frente a una respuesta inversa; y estrategias de acuerdos cooperativos (join venture). En esta sección se presenta el caso y la valoración endógena de las cuatro posibles estrategias.

3.1. Caso. Valuación de las estrategias con Opciones Reales y Juegos.

Se analiza la valoración de una estrategia de I&D sobre un nuevo producto[12]. El desarrollador (A) incurre en inversiones iniciales para el desarrollo del prototipo a comercializar por I(0)= 15. El suceso del proyecto está sujeto a probabilidades de éxito tecnológico E!=75%, caso contrario se abandona. Si el proyecto prospera este se enfrenta al riesgo de mercado, analizando su lanzamiento inmediatamente o diferir al próximo periodo. El lanzamiento requiere invertir recursos en su elaboración y comercialización I(1)= 80. Si la decisión es diferida, los costos vinculados a la inversión crecen a razón de la tasa libre de riesgo, r=5%, ascendiendo a I(2)= 84 . Los estudios prospectivos de mercado indican que frente a una reacción favorable de la demanda se prevé un incremento en el tamaño total del mercado de un Δ=30%. Si acontece un escenario intermedios o desfavorables el tamaño de mercado sigue la trayectoria

[12] Análisis relativo a start ups, intangibles y la valoración de estrategias de I&D en diferentes sectores se puede encontrar en Garcia *et al*., (2008); García & Guijarro, (2016); Botello & González-Bueno (2020), entre otros.

estocástica planteada sin incremento. El valor actual del proyecto sin flexibilidad estratégica es V=$150, con volatilidad σ=69%.

En la proyección del valor intrínseco del proyecto son utilizados los coeficientes u=1,9937 y d=0,5016 (ec.1). Las probabilidades neutrales al riesgo (ec. 2) ascienden a p=0.3675 y 1-p=0.6325, utilizadas para calcular el valor presente expuesto solamente a riesgo de mercado (ec.3). El valor del proyecto estimado recursivamente se obtiene con probabilidades neutrales al riesgo: $150=\left[\sum_{j(T)=0}^{j\,(T)=2} V_{j(2)}\ \frac{2!}{j!(2-j)!}0.3675^{j}(1-0.3675)^{2-j}\right]e^{-0.05\times 2}$. La siguiente tabla expone el valor proyectado y presente bajo el régimen binomial.

Tabla 1. Valor Actual del Proyecto (V), Pj(EC) probabilidades neutrales al riesgo

0	1	2	Nodos	Pj (EC)
$ 150,0	$ 299,1	$ 596,24	2	25,00%
	$ 75,2	$ 150,00	1	50,00%
		$ 37,74	0	25,00%
			∑	**100%**
			V(0)=	***$ 150,00***

Fuente: Elaboración propia

Conforme fue expuesto, la tabla 1 expone solamente el valor actual considerando riesgo de mercado[13]. Si se incorpora el riesgo tecnológico, la determinación del valor actual estático e irreversible implica utilizar coeficientes multinomiales (ec 5).

Tabla 2. Coeficientes neutrales al riesgo multinomiales

EMercado!TSuceso!	**p1**	0,2756
FMercado!TSuceso!	**p2**	0,4743
EMercado!TFracaso!	**p3**	0,0918
FMercado!TFracaso!	**p4**	0,1581

Fuente: elaboración propia

En el caso analizado, la incertidumbre tecnología se resuelve en t=1 y la incertidumbre de mercado emerge a partir de t=2.

La tabla 3 presenta la resolución recursiva multinomial para obtener el valor del proyecto sin opciones de manera endógena, partiendo de los datos de la tabla 1 y 2. A diferencia del a tabla 1, el nodo $V_{j=2(T=2)}=\$775{,}11$, crece a razón de u^2 e incorpora el incremento de mercado del 30%. No así los nodos 1 y 2. El periodo t=2 considera relevante el valor de mercado condicionado al éxito tecnológico. Por ejemplo, considerando el nodo T=2, j=2 $Si(T!=1\ V_{j=2(T=2)}=\$775{,}11;\ E!=0\rightarrow V_{j=2(T=2)}=\$0)$. El periodo precedente por nodo se resuelve utilizando los coeficientes multinomiales (ec. 6)[14]. Para t=1 $271{,}25=(p_1\times\Delta 30\%\times 596{,}24+p_2\times 0+p_3\times 150+p_4\times 0)\times e^{-0.08}$ y $56{,}43=(p_1\times 150+p_2\times 0+p_3\times 37.74+p_4\times 0)\times e^{-0.05}$. La expresión general es,

$VAN=V_{(0,T/M)}-(I_0+I_1\times e^{-r})$ (Ec 9)

Donde $V_{(0,T/M)}$ representa el valor actual de los flujos ajustados por riesgos tecnológicos y de mercado, siendo de $128{,}94=(p_u\times 271{,}25+p_d\times 56{,}43)\times$

[13] En el planteo de la tabla el valor en el nodo $V_{j=2(T=2)}=\$596{,}2$, crece a razón de u^2 y no incorpora el incremento en la demanda por el lanzamiento del producto.

[14] En el periodo t=1 confluyen las dos fuentes de riesgos, no así para t=0. En este periodo no hay resolución tecnológica, y se actualiza utilizando los coeficientes binomiales (Brous, 2011; Milanesi, 2021)

$e^{-0.05}$. El valor actual neto suponiendo irreversibilidad asciende a $37{,}84 = 128{,}94 - (15 + 80 \times e^{-0.05})$[14].

Tabla 3. Cálculo del Valor Actual con riesgos tecnológicos y de mercado

<table>
<tr><th rowspan="2">0</th><th rowspan="2">1</th><th colspan="2">2</th></tr>
<tr><th>Nodo</th><th>T!</th></tr>
<tr><td rowspan="2">$ 128,94</td><td rowspan="2">$ 271,25</td><td>$ 775,11 2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$ 0,00 2</td><td>0</td></tr>
<tr><td rowspan="2">VA
$ 37,84</td><td rowspan="2">$ 56,43</td><td>$ 150,00 1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$ 0,00 1</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$ 37,74 0</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$ 0,00 0</td><td>0</td></tr>
</table>

Fuente: Elaboración propia

Si el desarrollador (A) es propietario total de la opción controla la elección de invertir o diferir. Su ejercicio implica no invertir en el primer periodo, diferir para el segundo condicionando la toma de decisión por el comportamiento del mercado y el éxito tecnológico.[15] La flexibilidad estratégica indicada que añade valor al proyecto y es cuantificable con opciones reales (Trigeorgis, 1995). Con los datos de la tabla 3 se construye la rejilla multinomial para valorar con opciones.

Tabla 4. Valuación de la opción de diferir con modelo multinomial

<table>
<tr><th colspan="2">Binomial
Refleja ejercicio de opción de invertir condicionado al riesgo tecnológico y mercado</th><th colspan="3">Cuadrinomial
Refleja E!F!
Tecnologico</th><th colspan="2">Comportamiento del mercado
Evento que determina TS!-TF!
(Ejerce la opcion de invertir en t=2)</th></tr>
<tr><th>T=0</th><th>1=S! 0=F!</th><th colspan="2">T=1</th><th>1=S! 0=F!</th><th>T=2</th><th>1=S! 0=F!</th></tr>
<tr><td>Nodo</td><td>T!</td><td colspan="2">Nodo</td><td>Nodos t+1</td><td>Nodo</td><td>T!</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$ 70,10 0</td><td rowspan="2">1
0</td><td rowspan="2">$ 211,25</td><td rowspan="2">1</td><td rowspan="2">2 y 1</td><td>$ 691,11 2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$ 0,00 2</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td rowspan="2">$ 17,33</td><td rowspan="2">0</td><td rowspan="2">1 y 0</td><td>$ 66,00 1</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>$ 0,00 1</td><td>0</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$ 0,00 0</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>$ 0,00 0</td><td>0</td></tr>
</table>

Fuente: Elaboración propia.

En la tabla 4 el ejercicio de la opción se da en T=2. Para el escenario $V_{(++),T=2} = SiE!T! \rightarrow Max[(\Delta\%V(++) - I_1 \times e^{r}; 0] = Max(775{,}11 - 80 \times e^{0.05}; 0) = 691{,}11$. Calculados los valores de ejercicio, la rejilla es resuelta recursivamente de manera similar a la tabla 3. Continuando con el ejemplo, en $V_{(++),T=1} = 211{,}25 = (p_1 \times 691{,}11 + p_2 \times 0 + p_3 \times 66 + p_4 \times 0) \times e^{-0.05}$. En t=0 se obtiene el valor del proyecto con opciones. Surge de usar los coeficientes neutrales al riesgo binomiales, debido a que la exposición a riesgo tecnológico acontece en el periodo posterior, $V_{(0),T=0} = SiE!T! \rightarrow [(p_u \times 211{,}25 + p_d \times 17{,}33) \times e^{-0.05}] - I_0 = 70{,}10$. El valor estratégico del proyecto asciende a \$70,10, el valor actual neto tradicional a \$37,84, el valor de la opción de diferir \$32,26. Al tener la propiedad de la opción la estrategia

[15] La propiedad de la opción surge de ventajas competitivas como barreras de entrada al sector del tipo: legal (patentes, derechos o concesiones de explotación); tecnológicas y escala de la inversión (tecnología del sector, magnitud de la inversión requerida, especificidad de la inversión de capital); de mercado en relación al producto (existencia de un fuerte intangible "marca" a partir de una profunda y exitosa estrategia de diferenciación) (Smit & Trigeorgis, 2004)

que maximiza valor la constituye el diferir la decisión de inversión evitando la exposición a todo el riesgo de mercado.

En el caso de no poseer la propiedad total de la opción, con riesgo de que otro participante (B) desarrollar una estrategia de copia e ingresar al mercado, la resolución de la tabla 4 es insuficiente. La decisión de invertir o diferir se verá afectada por las acciones estratégicas potenciales del competidor. Se requiere un modelo que contemple las tres fuentes de riesgo: por las acciones propias, estados de la naturaleza y acciones de terceros, siendo el modelo MSTJOR.

Existen cuatro estrategias posibles: las estrategias 1, 2 y 3 generan un juego secuencial donde (A) adopta la iniciativa en la estrategia 1 y (B) reaccionado copiando. En las estrategias 2 y 3 los roles se cruzan en relación a iniciativa y copia. En la estrategia 4 ambos desarrollan y optan por diferir la inversión sin acuerdo estratégico previo. Por cuestiones de simplicidad se supone que los beneficios y costos del agente seguidor se encuentra explicitados en las tablas 1 y 3, dependiendo de la estrategia seleccionada[16]. Seguidamente son explicadas las 4 estrategias para luego valorarlas:

Estrategia 1: El desarrollador (A) invierte o difiere dependiendo del mercado y la conducta es copiada por el competidor (B).

El desarrollador (A) captura el 67% del valor de mercado y el seguidor (B) el 33%. (A) invierte en desarrollo inicial I(A,0)= $15 exponiéndose al riesgo tecnológico. Resuelto el riesgo tecnológico en t=1, si el mercado es favorable V(,++) invierte de manera irreversible I(A,1)= $80. Difiere la inversión para t=2 frente a una mercado en baja V(,--). En este caso su participación de mercado se estima en 90% del total. (B) copia el desarrollo con similares costos que (A), siendo I(B,0)= $15; I(B,1)= $80. No asume riesgo tecnológico por lo que su perfil de ingresos esperados se encuentran expuestos en la tabla 1 invirtiendo siempre que (A) resuelva tecnológicamente el desarrollo. Igual que el desarrollarlo invierte frente a demanda favorable, caso contrario difiere con participación del 10% en total del mercado.

Estrategias 2 y 3: Ambos adoptan el papel de desarrollar con estrategias cruzadas, donde una invierte primero y la segunda opta por diferir y actuar como seguidor.

El desarrollador invierte primero en t=1, con escenario positivo V(++), exponiéndose a riesgo tecnológico y de mercado. El desafío es compensado por obtener la participación total del mercado (100%). Frente a un escenario negativo V(--) difiere la inversión a t=2, conservando la participación del mercado de 67%. El competidor se reserva el 33% sin asumir riesgo tecnológico.

Estrategia 4: Sin acuerdo estratégico difieren la decisión

Se proyecta que participan en partes iguales en el mercado y de manera simétrica en los niveles de inversión y de riesgo tecnológico en su totalidad por separado, ya que no formalizaron ningún acuerdo estratégico de desarrollo y división de mercado.

Valuación estrategia 1:

La tabla 5 presenta los resultados para desarrollador – competidor en t=1 según el estado de la naturaleza y la decisión adoptada (I=invertir, D=Diferir).

[16] Se supone que ambos asumen similar riesgo de mercado, niveles de inversión y, para la estrategia 4, similar riesgo tecnológico.

Tabla 5. Valor actual pagos Estrategia 1

Estados	V (t=1)	Decisión
Desarrollador V(++)	$ 100,83	I
Competidor V(++)	$ 19,69	I
Desarrollador V(--)	$ 15,59	D
Competidor V(--)	$ 2,31	D

Fuente: Elaboración propia

Para un escenario favorable V(++) tabla 3, el valor de la estrategia para A es, $V_{(A,++),T=1} = MS\% \times V_{(A,++),T=1} - I_1 = 100{,}83 = 0.67 \times 271{,}25 - 80$. Para el competidor (B) los valores surgen de la tabla 1, pues no asume riesgo tecnológico $V_{(B,++),T=1} = MS\% \times V_{(B,++),T=1} - I_1 = 19{,}69 = 0.33 \times 299{,}1 - 80$. Con escenario desfavorable V(--) A se reserva la opción de diferir con participación de mercado de 90% siendo su valor $V_{(A,--),T=1} = Max\left[(MS\% \times V_{(--),T=1} - I_1; PO\% \times VE_{(--),T=1}\right]$[17]. Este surge de las tabla 3 (valor actual) y tabla 4 (diferir), siendo $15{,}59 = Max[(67\% \times 56{,}43 - 80; 90\% \times 17{,}33]$. El competidor no asume riesgo tecnológico el diferir participando en un 10% del mercado. El valor de la estrategia es $V_{(B,--),T=1} = Max\left[(MS\% \times V_{(--),T=1} - I_1; PO\% \times VE_{(--),T=1}\right] = 2{,}31 = Max[(33\% \times 75{,}2 - 80; 10\% \times 23{,}10]$[18].

Valuación estrategias 2 y 3:

La tabla 6 valora las estrategias cruzadas en función a quién tome la iniciativa. En el cuadro el primero indicado toma el rol indicado (desarrollador o competidor) y el segundo el papel inverso.

Tabla 6. Valor actual pagos Estrategia 2 y 3

Estados	V (t=1)	Decisión
Desarrollador (A)/(B) V(++)	$ 191,25	I (A/B)
Competidor (B)/(A) V(++)	$ 0,00	D (B/A)
Desarrollador (A)/(B) V(--)	$ 11,55	D (A/B)
Competidor (B)/(A) V(--)	$ 7,70	D (B/A)

Fuente: Elaboración propia

Suponiendo que A es el desarrollador en un escenario V(++) la mejor estrategia invertir: $V_{(A,++),T=1} = MS\% \times V_{(A,++),T=1} - I_1 = 191{,}25 = 100\% \times 271{,}25 - 80$, a partir de los datos de la tabla 3. Con escenario bajista la mejor estrategia es diferir $V_{(A--),T=1} = Max\left[(MS\% \times V_{(--),T=1} - I_1; PO\% \times VE_{(--),T=1}\right] = 11{,}55 = Max[(100\% \times 56{,}43 - 80; 67\% \times 17{,}32]$, datos tablas 3 y 4. El competidor ingresa solo cuando el desarrollador difiere. El valor actual en t=1 de la estrategia de diferir se calcula de similar manera al diferir para el seguidor en la estrategia 1 (ver nota 19)

[17] Máximo valor entre invertir en t=1 $(MS\% \times V_{(--),T=1} - I_1$ o diferir e invertir en el segundo periodo $PO\% \times VE_{(--),T=1}$ donde $VE_{(--),T=1}$ representa el valor esperado actualizado de invertir en t=2 y $PO\%$ la participación de mercado.

[18] El diferimiento al no existir riesgo tecnológico se calcula en base a la tabla 1 con distribución binomial. En t=1 el valor actual de diferir con escenario alcista es: $V_{(++),T=1} = 281{,}66 = [(p_u \times Max(\Delta 30\% \times 596{,}2 - 84; 0) + p_d \times Max(150 - 84; 0)] \times e^{-0.05}$. Para escenario bajista es $V_{(--),T=1} = 23{,}10 = [(p_u \times Max(150 - 84; 0) + p_d \times Max(37{,}7 - 84; 0)] \times e^{-0.05}$. Con escenario alcista el competidor debe invertir pues queda fuera del mercado. Con escenario negativo tiene un 10% de participación, sobre el valor actual de la opción de diferir (10% de $23,10 igual a $2,3)

pero con participación de mercado del 33%: $V_{(B,--),T=1} = PO\% \times VE_{(--),T=1} = 7{,}70 = 33\% \times [(p_u \times Max(150-84;0) + p_d \times Max(37{,}7-84;0)] \times e^{-0.05}$.

Valuación estrategia 4:

Si la decisión es concomitante y coincidente en diferir sin acuerdo formal, los riesgos y las inversiones en su totalidad son asumidas por las partes. Con la tabla 4 se procede a valorar las estrategias para cada situación de mercado.

Tabla 7. Valor actual pagos Estrategia 4

Estados	V (t=1)	Decisión
(A/B) V(++)	$105,63	D
(A/B) V(--)	$8,66	D

Fuente: Elaboración propia

Para cada escenario el valor de diferir es: $V_{(++),T=1} = MS\% \times VO_{(++,t=1)} = 105{,}63 = 50\% \times 211.25 = (p_1 \times 691{,}11 + p_2 \times 0 + p_3 \times 66 + p_4 \times 0) \times e^{-0.05}$; $V_{(\pm-+),T=1} = MS\% \times VO_{(--,t=1)} = 8{,}66 = 50\% \times 17.32 = (p_1 \times 66 + p_2 \times 0 + p_3 \times 0 + p_4 \times 0) \times e^{-0.05}$

4. Resultados

Son expuestos los resultados obtenidos con el modelo MSTJOR correspondientes a las estrategias valuadas precedentemente. La resolución del juego se presenta en formato extensivo y matricial, Finalmente es desarrollada la resolución del acuerdo estratégico (join venture) y el cálculo de penalidades.

4.1. Resolución de estrategias competitivas con SROG

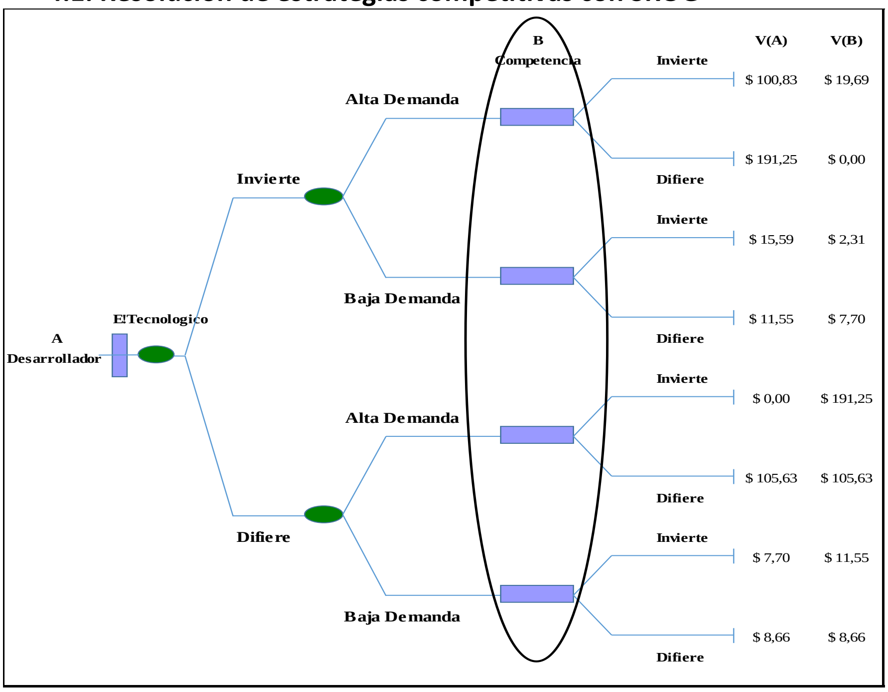

Figura 2. Planteo de estrategias de manera competitivas en forma extensiva
Fuente: Elaboración propia

El grafico 1 presente de manera extensiva las 4 estrategias y sus pagos asociados calculados en la sección anterior. Para cada estado del mercado, alta demanda-baja demanda, el desarrollador toma la iniciativa de invertir o diferir, resuelta la incertidumbre tecnológica. El competidor consiste en invierte o difiere atendiendo al movimiento de la contraparte. Los pagos asociados a las acciones representan el valor actual en el momento t=1. Los estados alta y baja demanda están sujetos a las probabilidades neutrales al riesgo binomiales (p).

Con los valores correspondientes a las estrategias según el estado de la demanda se procede a calcular el valor actual esperado en t=0 (ec.7).

Por ejemplo, para A el valor de la estrategia 1 es, $VEI(1)_0 = \frac{(p_u \times VEI_{(1u)} + p_d \times VEI_{(1d)})}{(1+r)} - I_0 = \frac{((0.367) \times \$100{,}83 + (0.632) \times \$15{,}59)}{(1+0.05)} - \$15 = \$29{,}69.$

La estrategia 2 y 3 valen para A $VEI(2{,}3)_0 = \frac{(p_u \times VEI_{(2,3;u)} + p_d \times VEI_{(2,3;d)})}{(1+r)} - I_0 = VEI(2{,}3)_0 = \frac{((0.367) \times \$191{,}25 + (0.632) \times \$11{,}55)}{(1+0.05)} - \$15 = \$58{,}90;$ $VED(2{,}3)_0 = \frac{(p_u \times VED_{(2,3;u)} + p_d \times VED_{(2,3;d)})}{(1+r)} = VED(3{,}2)_0 = \frac{((0.367) \times \$0 + (0.632) \times \$7{,}70)}{(1+0.05)} = \$4.64.$

El valor actual para A de la estrategia 4 en t=0 es, $VED(4)_0 = \frac{(p_u \times VED_{(1u)} + p_d \times VED_{(1d)})}{(1+r)} - I_0 = VED(4)_0 = \frac{((0.367) \times \$105{,}63 + (0.632) \times 8{,}66)}{(1+0.05)} - 15 =$ $27,19. La siguiente ilustración presenta en forma extensiva los valores esperados de las estrategias,

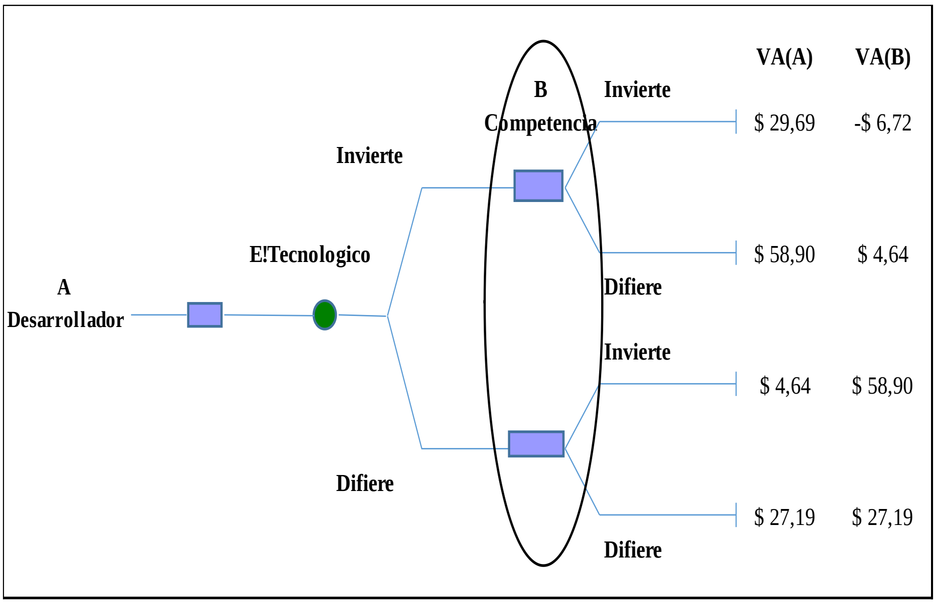

Figura 2. Valores esperados estrategias competitivas

Fuente: Elaboración propia

Seguidamente el planteo en forma matricial

Tabla 8. Planteo matricial del juego lanzamiento

Estrategias		B			
		Diferir		Invertir	
A	Diferir	$ 27,19	$ 27,19	$ 4,64	$ 58,90
	Invertir	***$ 58,90***	***$ 4,64***	$ 29,69	-$ 6,72

Fuente: Elaboración propia

El equilibrio de Nash es la estrategia A: invertir (iniciativa), B: diferir (seguimiento) es dominante. Al tomar la iniciativa y a la luz de los valores esperados para las estrategias, el desarrollador (A) si actúa racionalmente debe invertir. Dicha estrategia de iniciativa (1) condiciona las acciones de B a diferir. En efecto, si B invierte al no tener la iniciativa, lo hace después que A, enfrentando un resultado esperado negativo (-$6,72). Racionalmente A nunca postergaría la inversión pues B tomaría la iniciativa. Por lo tanto, la acción racional de B es diferir evitando la inversión inicial de desarrollo (I(0))[19]. La estrategia 4 (diferir-diferir) es un equilibrio débil, pues sin acuerdo los costos de desarrollo secuenciales no son compartidos, duplicándose al ser ejecutados en su totalidad por las empresas.

4.2. Valoración, planteo y resolución de una estrategia de acuerdo estratégico (Join Venture)

Se valora un contrato de acuerdo estratégico donde las partes comparten inversiones en desarrollo, infraestructura y participaciones de mercado. Este tipo de alianzas genera un juego cooperativo, donde la inversión en desarrollo e infraestructura se reduce a la mitad para cada firma [20], $I_{0(A,B)} = 7{,}5$ e $I_{1(A,B)} = 40$. La participación de mercado se asigna por partes iguales $MS\%_{(A,B)} = 50\%$. Al ser un juego cooperativo no se presentan estrategias contrapuestas (estrategias 2 y 3) y las acciones no son secuenciales:

<u>Estrategia 1</u>: Alta demanda $V_{(++),T=1} = MS\% \times V_{(A,++),T=1} - I_1, = \$136{,}31 = 0.50 \times \$271{,}25 - 40$, Baja demanda $V_{(A,--),T=1} = Max(MS\% \times V_{(A,--),T=1} - I_1;\ MS\% \times VD_{(A,--),T=1} = \$14{,}18 = 0.50 \times \$56{,}43 - 40; 0.50 \times \$28{,}35.$

Estrategia 4: Alta demanda $V_{(++),T=1} = MS\% \times VD_{(A++),T=1} - I_1, = \$120{,}63 = 0.50 \times \$241{,}25$, Baja demanda $V_{(A,--),T=1} = MS\% \times VD_{(A,--),T=1} = \$14{,}18 = \times \$28{,}35$

La siguiente tabla presenta los valores para las estrategias 1 condicionado por el escenario de mercado,

Tabla 10. Valor actual pagos Estrategia 1 y 4 acuerdo estratégico

Estados	Valor t=1	Decisión
V(++) 1	$ 136,31	Invertir
V(--) 1	$ 14,18	Diferir
V(++) 4	$ 120,63	Diferir
V(--) 4	$ 14,18	Diferir

Fuente: Elaboración propia.

Si el acuerdo implica diferir, los pagos correspondientes a cada estado son V(++) $120,63 y V(--) $14,18. Diferir es la estrategia probable, debido a que se impone como acuerdo y como posibilidad en el caso haber acordado invertir. El valor actual

[19] Para el competidor es la única situación que evita el costo de desarrollo. El valor de la estrategia 1 con demanda baja es $V_{(B,--),T=1} = Max\left[(MS\% \times V_{(--),T=1} - I_1; PO\% \times VE_{(--),T=1}\right] = 2{,}31 = Max[(33\% \times 75{,}2 - 80; 10\% \times 23{,}10]$

[20] Las firmas operan sin capacidad ociosa, pues se reparten producción y mercado a través del acuerdo. En el caso de no acuerdo se genera capacidad ociosa para el desarrollador pues el competidor se apropia de parte del mercado. La única situación de no capacidad ociosa sin acuerdo es en la estrategia 2, con demanda positiva donde el desarrollador invierte y el competidor se ve obligado a diferir, sin mercado.

correspondiente a las estrategias 1 y 4 se obtiene mediante la ecuación 7. A continuación se presenta el juego en forma extensiva,

Los pagos expuestos matricialmente son,

Tabla 12. Planteo matricial estrategia de alianza

Estrategias		**B**			
		Diferir		***Invertir***	
A	***Diferir***	***$ 50,76***	***$ 50,76***	$ 0,00	$ 0,00
	Invertir	$ 0,00	$ 0,00	***$ 48,75***	***$ 48,75***

Fuente: elaboración propia

Existe un equilibrio de Nash formal dado por el acuerdo diferir-diferir ($50,76; $50,76). No así invertir-invertir ($48,75; $48,75). La estrategia 4 permite acotar la incertidumbre de mercado aprovechando la asimetría de pagos y la ventaja estratégica compartida.

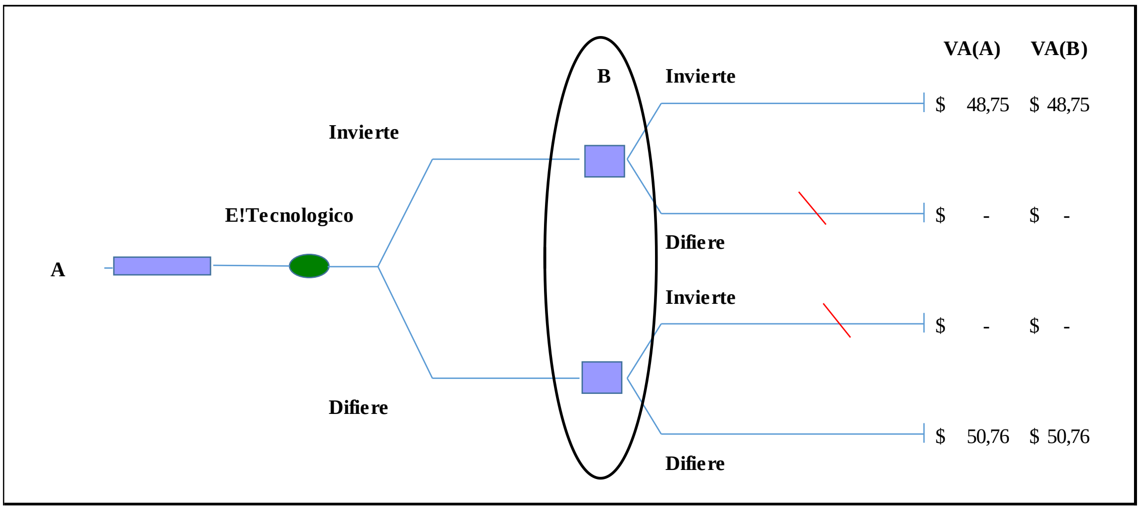

Figura 2. Valores esperados estrategias competitivas
Fuente: Elaboración propia

2.2. Valoración de los incentivos económicos para el cumplimiento del contrato

Aplicando la ecuación 8 se establecerá la multa para evitar incumplir el acuerdo: no diferir e invertir tomando la iniciativa (estrategias 2 y 3). Cuantificar racionalmente la multa en base al modelo SROG, implica considerar el máximo valor monetario entre beneficio para el infractor y l perjuicio monetario para la contraparte. El beneficio es la diferencia entre el resultado de invertir tomando la iniciativa con la estrategia 2 y 3 $(VEI(2{,}3)_{inf(0)})$ y los beneficios que surgen de respetar el acuerdo $(VED(JV)_{\mathrm{inf}(0)})$. El perjuicio económico para la contraparte surge de la diferencia entre el costo de oportunidad de no cumplirse el acuerdo $(VED(JV)_{perj(0)})$ y los resultados derivados de verse obligado a no tomar la iniciativa e implementar la estrategia 2 y 3 $(VEI(2{,}3)_{perj(0)})$.

En el caso analizado el valor de la multa debe tener un piso de $\$46{,}12 = Max\{[\$58{,}90 - \$50{,}76]; [\$50{,}76 - \$4{,}64]\}$[21].

[21] Si el acuerdo estratégico implica invertir, se puede plantear una penalidad por la conducta inversa (diferir) con la expresión: $MM_{inf} = Max\{[VED(4)_{inf(0)} - VEI(JV)_{inf(0)}]; [VEI(JV)_{perj(0)} -$

5. Conclusiones

El trabajo desarrolló un modelo que cumple con los objetivos planteados para valorar estrategias:

a) Valorar la flexibilidad estrategias: El enfoque multinomial de OR valuó la flexibilidad estratégica (deferir-invertir) con tratamiento específico para las dos fuentes de incertidumbre, tecnológica y de mercado.
b) El Análisis de las estrategias propias y la reacción de la competencia: Primero con estrategias de lanzamiento, luego con acuerdos cooperativos. El modelo MSTJOR es la herramienta para estimar el valor ajustado por riesgo de las estrategias planteadas, y seleccionar el mejor curso de acción atendiendo a las reacciones del competidor
c) Acuerdos y penalidades: establecer el piso monetario de las penalidades monetarias, siguiendo el lógico proceso del MSTJOR, incentivando la acción cooperativa.

En el caso analizado, si solamente se utiliza un modelo de opciones reales la estrategia óptima para el desarrollador es diferir, ya que permite acotar y despejar las incertidumbres tecnológica y de mercado. El MSTJOR demuestra lo contrario, sin acuerdo cooperativo entre partes, la estrategia de mayor valor esperado es invertir exponiéndose a toda la incertidumbre de mercado. El modelo analiza el acuerdo estratégico, en este caso el diferir, y lo expone como solución superadora. El éxito de la acción colaborativa depende del cumplimiento. En tal sentido el MSTJOR propuesto constituye una herramienta para estimar piso de la multa e incentivar el cumplimiento de compromisos contractuales estratégicos.

Bibliografía

Aguado Franco, J. C. (2007). Teoría de la decisión y de los juegos. Madrid: Delta Publicaciones.

Armada, M., Kryzanowski, L. & Pereira, P. (2009). Optimal investment decisions for two positioned firms competing in a duopoly market with hidden competitors. *European Financial Management*, 17, 305-330.

Axelrod, R. (1981). The Emergence of Cooperation among Egoists. *The American Political Science Review*, 75(2), 306-318.

Axelrod, R. (1986). La Evolución de la Cooperación. Madrid, España: Alianza Editoria S.A.

Black, F., & Scholes, M. (Mayo de 1972). The Valuation of Options Contracts and a Test of Market Efficiency. *Journal of Finance*, 399-418.

$VEI(2,3)_{perj(0)}]; [r \times \Delta I_{perj(0)}] \}$, es el máximo valor entre tres flujos: la diferencia entre el resultado que obtiene el infractor por no invertir y diferir con la estrategia 4 $[VED(4)_{inf(0)} - VEI(JV)_{inf(0)}]$, el perjuicio monetario para la contraparte siendo la diferencia entre el valor de la estrategia de invertir acordada y el valor de la estrategia de invertir sin acuerdo $[VEI(JV)_{(0)} - VEI(2,3)_{perj(0)}]$, finalmente el costo financiero de la inversión incremental para lanzar el producto y satisfacer la demanda total que asume la parte perjudicada, $[r \times \Delta I_{perj(0)}]$, para el caso $2{,}38 = Max\{[\$27{,}19 - \$48{,}75]; [\$48{,}75 - \$58{,}90]; [0.05 \times (\$7{,}5 + \$40)] \}$. Cuando tomar la iniciativa tiene mayor valor que diferir, la multa estará compuesta por el tercer componente, en el caso contrario será el mayor valor entre los dos primeros.

Botello Velasco, T., & González-Bueno, J. (2020) Valoración de empresas startup: una revisión del estado del arte. *Finance, Markets and Valuation*, 6(2), pp. 55–69. https://doi.org/10.46503/KIVX7475

Boyer, M., Laserrere, P., & Moreaux, M. (2012). A dynamic duopoy investement game without commitment under uncertainty market expansion. *Interntational Journal of Industrial Organization*, 30, 663-681. https://doi.org/10.1016/j.ijindorg.2012.07.005

Boyle, P. (1988). A lattice framework for option pricing with two state variables. *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, 23, 1-12.

Brandao, L., & Dyer, J. (2009). Projetos de Opcoes Reis com Incertezas Correlacionadas. *Revista de Administracao e Contabilidade da Unisinos*, (1), 19-26.

Brandao, L., Dyer, J., & Hahnn, W. (2012). Volatility estimation for stochastic project value models. *European Journal of Operational Research*, 220(3), 642-648. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.01.059

Brous, P. (2011). Valuing an Early-Stage Biotechnology Investment as a Rainbow Option . *Journal of Applied Corporate Finance*, 23(2), 94-103. https://doi.org/10.1111/j.1745-6622.2011.00331.x

Castro Monge, E. (2010). El estudio de casos como metodología de investigación y su importancia en la dirección y administración de empresas. *Revista Nacional de Administración*, 2(1), 31-54.

Chance, D. (2007). A Synthesis of Binomial Option Pricing Models for Lognormally Distributed Assets. SSRN http://ssrn.com/abstract=1523548, 1-25.

Chance, D. (2008). A Synthesis of Binomial Option Pricing Models for Lognormally Distributed Assets. *Journal of Applied Finance*, 18(1), 38-56.

Copeland, T., & Antikarov, V. (2003). Real Options: a practitioner´s guide. New York: Cengage Learning.

Cox, J., Ross, S., & Rubinstein, M. (Septiembre de 1979). Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 7, 229-263.

Culik, M. (2016). Real options valuation with changing volatility. *Pespectives in Science*, 7, 10-18.

Derman, E., Kani, I., & Chriss, N. (February de 1996). Implied Trinomial Trees of the Volatility Smile. (Goldman-Sachs, Ed.) Quantitative strategies research notes.

Dixit, A., & Pindyck, R. (1994). Investment under Uncertainty (1 ed.). New Jersey: Pricenton University Press.

Dixit, A., & Nalebuff, B. (1991). Thinking Strategically: The competitive edge in business, politics and everyday life. New York, EE.UU: Norton Press.

Fudenberg D., & Tirole, J. (1985). Preemption and rent equalization in the adoption of new technology. *Review of Economics Studies*, 52(3), 383-401.

Fudenberg, D., & Tirole, J. (1986). A theory of exit in doupoly. *Econometrica*, 54(4), 943-960.

Gamba, A., & Trigeorgis, L. (2007). An Improved Binomial Lattice Method for Multi-Dimensional Options. *Applied Mathematical Finance*, 14(5), 453-475. https://doi.org/10.1080/13504860701532237

Garcia, F., Martinez, F. G., & Clemente, I. (2008). La valoración de empresas agroalimentarias: una extensión de los modelos factoriales, 217, 155-181. https://doi.org/0.22004/ag.econ.168049

García, F., & Guijarro, F. (2016). Valoración de activos intangibles empresariales: estado del arte y retos pendientes. *Finance, Markets and Valuation*, 2(2), pp. 115-132

Ghemawat, P., & Nalebuff, B. (1985). Exit. *Journals of Economics* , 16(2), 184-194.

Graham, J. (2011). Strategic real options under asymmetric information. *Journal of Economics and Dynamic Control*, 35(6), 922-934. https://doi.org/10.1016/j.jedc.2011.01.001

Grenadier, S. (1996). The strategic exercise of options: Development cascades and overbuilding in real state markets. *Journal of Finance*, 51(5), 1653-1679.

Grenadier, S. (2000). Options exercise games: The intersection of real options and game theory. *Journal of Applied Corporate Finance*, 13(2), 99-107.

Grenadier, S. (2002). Option exercise games: an application to the equilibrium investement strategies of firms. *Review of Financial Studies*, 15(3), 691-721.

Guintis, H. (2009). Game Theory Evolving (2 ed.). United Kingdom: Princeton University Press.

Haahtela, T. (2011) (a). Displaced Diffusion Binomial Tree for Real Option Valuation. SSRN http://ssrn.com/abstrac=1932408, 1-30.

Haahtela, T. (2011) (b). Recombining trinomial tree for real option valuation with changing volatility. Annual Real Options Conference https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1932411, 1-25.

Hsu, Y., & Lambrecht, B. (2007). Pre-emptive patenting under uncertatinty and asymmetric information. *Annals of Operations Research*, 151, 5-28.

Korn, R., & Muller, S. (2009). The decoupling approach to binomial pricing of multi-asset options. *The Journal of Computational Finance*, 12(3), 1-30. https://doi.org/10.21314/jcf.2009.207

Kreps, D. (1982). Rational Cooperation in Finitely Repeated Prisioners´ Dilemmas. *Journal of Economics Theory*, 27, 245-252.

Kulatilaka, N., & Perotti, E. (1998). Strategic growth options. *Management Science*, 44(8), 1021-1031.

Lambrecht, B. (2001). The impact of debt financing on entry and exit in duopoly. *Review of Financial Studies*, 14(3), 765-804.

Lambrecht, B., & Perraudin, W. (2003). Real options and preemption under incomplete information. *Journal of Economics Dynamics and Control*, 27, 619-643.

Lari-Lavassani, A., Simchi, M., & Ware, A. (2001). A discrete valuation of swing options. *Canadian applied mathematics quaterly*, 9(1), 35-73.

Medina Tamayo, R., & Rodriguez Pinzon, Y. (2010). Una revisión de los modelos de volatilidad estocástica. *Comunicaciones en Estadística*, 3(1), 79-97.

Merton, R. (Primavera de 1973). The Theory of Rational Options Princing. Bell *Journal of Economics and Management Science*, 141-183.

Milanesi, G. (2013). Asimetría y Curtosis en el Modelo Binomial para valora Opciones Reales: caso de aplicación para empresas de base tecnológica. *Estudios Gerenciales Journal of Management and Economics for Iberoamerica*, 29(128), 368-378.

Milanesi, G. (Enero - Marzo de 2021). Opciones reales secuenciales cuadrinomiales y volatilidad cambiante: Incertidumbres tecnológicas y de mercado en desarrollos de inversiones biotecnológicas. *Revista Méxicana de Economía y Finanzas* (REMEF), 24-49.

Milanesi, G., Pesce, G., & El Alabi, E. (2013). Technology-Based Start up Valuation using Real Opciones with Edgeworth Expansion. *Journal of Financial and Accounting*, 1(2), 54-61.

Milanesi, G., Pesce, G., & El Alabi, E. (2014). Valoración de empresas de base tecnológica: Análisis de riesgo y el modelo binomial desplazado. *Revista Española de Capital de Riesgo*, (4), 15-24.

Milanesi, G., & Tohmé F. (2014). Árboles Binomiales Implícitos, Momentos Estocásticos de Orden Superior y Valuación de Opciones. *Revista de Economía Política (REPBA)*, 12(7), 45-72.

Milanesi, G. & Thomé F. (2015). Un modelo consolidado de opciones reales, teoría de juegos y análisis de costos de transacción para el diseño de acuerdos contractuales. *Revista de Economía Política de Buenos Aires*, 14, 59-81.

Murto, P. (2004). Exit in duopoly under uncertainty. *Journal of Economics* , 35(1), 111-127.

Nash, J. (1953). Two-Person Cooperative Games. *Econometrica*, 21(1), 128-140.

Num, J. (2015). Real Options Analysis (Third Edition): Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions with Integrated Risk Management and Advanced Quantitative Decision Analytics (3 ed.). CreateSpace Independent Publishing Platform.

Pareja Vasseur, J., Prada Sánchez, M., & Moreno Escobar, M. (2019). Volatilidad en Opciones Reales: Revisión literaria y un caso de aplicación al sector petrolero colombiano. *Revista de Métodos Cuantitativos para la Economía y la Empresa*, (27), 136-155.

Pawlina, G., & Kort, P. (2006). Real options in an asymmetric duopoly: Who benefits from your competitive disadvantage? *Journal of Economics and Management Strategy*, 15(1), 1-35.

Paxson, D., & Melmane, A. (2009). Multi factor competitive internet strategy evaluations: Search expansion, portal synergies. *Journal of Modelling Management*, 4(3), 249-273.

Paxson, D. & Pinto, H. (2003). Rivalry under price and quantity uncertainty. *Review of Financial Economics*, 14, 209-224.

Rendleman, R. & Bartter, B. (1979). Two State Option Pricing. *The Journal of Finance*, 34(5), 1093-1110.

Rubinstein, M. (1983). Displaced Diffusion Option Pricing. *Journal of Finance*, 38(1), 213-217.

Rubinstein, M. (3 de 1994). Implied Binomial Trees. *Journal of Finance*, 49, 771-818.

Rubinstein, M. (1998). Edgeworth Binomial Trees. *Journal of Derivatives*, (5), 20-27.

Rubinstein, M. (2000). On the Relation Between Binomial and Trinomial Option Pricing Model. Berkeley, Research Program in Finance-292. California: UC Berkeley.

Smit, H. (2003). Infraestructure investment as a real options game: The case of European airport expansion. *Financial Management*, Winter, 5-35.

Smit, H., & Ankum, L. (1993). A real options and game-theoretic approach to corporate investment strategy under competition. *Financial Management*, 22(3), 241-250.

Smit, H., & Trigeorgis, L. (2004). Strategic Investment: Real Options and Games (1 ed.). New Jersey, Estados Unidos: Princeton University Press.

Smith, J. (2005). Alternative Approach for Solving Real Options Problems. *Decision Analysis*, (2), 89-102.

Smith, J., & Nau, R. (1995). Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Anaysis . *Management Science*, (5), 795-816.

Thijssen, J. (2010). Preemption in a real option game with a first mover advantage and a player-specific uncertainty. *Journal of Economics Theory*, 145, 2448-2462.

Trigeorgis, L. (1995). Real Options in Capital Investment: Models, Strategies and Applications (1 ed.). London, United Kindgon: Praeger.

Finance, Markets and Valuation Vol. 7, Num. 2 (July-December 2021), 18–37

Van der Hoek, J., & Elliot, R. (2006). Binomial models in Finance. New York, United State: Springer Science.

Wilmott, P. (2009). Frequently Asked Questions in Quantitative Finance (Segunda ed.). United Kingdom: John Wiley & Sons.

Zapata Quimbayo, C. (2019). Valoración de opciones reales con múltiples incertidumbres mediante modelos K dimensionales. *ODEON*, 16, 97-121. https://doi.org/10.18601/17941113.n16.05